文章编号：1000-4750(2013)03-0431-06

双足机器人半被动行走固定点全局稳定性分析

张奇志，周亚丽

(北京信息科技大学自动化学院，北京 100192)

摘 要：研究半被动双足机器人行走过程固定点的全局稳定性问题。使用罗盘机器人模型，在脚与地面冲击前，采用沿着支撑腿方向的脉冲推力作为行走的动力源，采用庞加莱映射方法分析了半被动双足机器人行走的固定点及其稳定性。通过引入一个限位器使两腿间的夹角在脚与地面冲击时保持为常数。证明了半被动双足机器人行走过程固定点的存在性及其全局稳定性，并讨论了固定点存在的动力学附加条件。仿真结果表明：该文提出的采用脉冲推力作为行走的动力源、采用限位器使两腿间的夹角在脚与地面冲击时保持为常数的半被动机器人可以在水平面上稳定行走，并且固定点对干扰具有鲁棒性。

关键词：双足机器人；半被动行走；固定点；稳定性；脉冲控制

中图分类号：TP24 **文献标志码：**A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2011.10.0674

GLOBAL STABILITY ANALYSIS FOR THE FIXED POINT OF SEMI-PASSIVE BIPED ROBOT WALKING

ZHANG Qi-zhi , ZHOU Ya-li

(School of automation, Beijing Information Science & Technology University, Beijing 100192, China)

Abstract: In this paper, the global stability for fixed point of semi-passive biped robot walking is studied. The compass liked biped robot is powered by applying an impulsive push along the stance leg just before the heel strikes. The fixed point and its global stability of semi-passive biped robot walking are discussed based on Poincaré map. The inter-leg angle at heel-strike is always a constant by introducing a stopper. The existence of a fixed point and its global stability are proved for the semi-passive biped robot walking. The dynamical additional conditions for the existence of a fixed point are discussed. The simulation results show that the proposed semi-passive biped robot powered by applying an impulsive push, and introducing a stopper to keep a constant inter-leg angle at heel-strike can walk stably, and the fixed point is robust to various disturbances.

Key words: biped robot; semi-passive walking; fixed point; stability; impulsive control

2005 年双足机器人研究取得了里程碑意义的研究成果，一个是本田公司发布了新的 Asimo 机器人，另一个是康奈尔大学的被动行走机器人。以 Asimo 机器人为代表的类人机器人采用控制工程设计思想，首先规划出关节轨迹再采用轨迹跟踪技术控制关节运动。采用该方法的双足机器人主要存在两个问题：一是系统十分复杂庞大，实际应用有很大的困难；二是能量效率较低、能源消耗较大。研究表明人类行走的腿摆动阶段基本上是被动的，因此康奈尔大学的双足机器人采用一种完全不同于传统方法的双足步行设计思路，不是将机器人强制控制到预先设计的轨迹上，而是充分利用机器人的动力学特征，行走能量消耗是一般双足机器人行走能量消耗的 1/10[1]。

收稿日期：2011-10-12；修改日期：2011-11-21

基金项目：国家自然科学基金项目(11172047，11072038)；北京市属高等学校人才强教深化计划项目(PHR201106131)

通讯作者：张奇志(1963－)，男，辽宁彰武人，教授，博士，从事机器人动力学与控制研究(E-mail: zqzbim@yahoo.com.cn).

作者简介：周亚丽(1968－)，女，辽宁沈阳人，教授，硕士，从事机器人控制研究(E-mail: zhouyali6807@yahoo.com.cn).

20 世纪 80 年代末，McGeer 在 McMahon 的工作基础上，提出了“被动行走”的概念，不需要任何驱动装置，由两连杆铰接组成的双腿机构能够在重力的作用下沿小倾角斜面向下稳定行走，实现了自然的类人行走步态[2]。实现被动行走的关键是在行走的每一步，脚与地面冲击后的状态与前一步初始状态相同，系统每步的冲击能量损失与获得的重力势能输入相等，保持系统的能量平衡。被动行走机器人的周期步态设计任务是确定稳定的极限环(Limit cycle)，因此，被动行走机器人也被称为极限环行走器(Limit Cycle Walkers)[3]。被动行走的稳定性分析一般采用庞加莱映射方法，将行走的稳定性问题转化为庞加莱映射固定点(fixed point)的稳定性问题。Wisse 研究了利用胞映射(cell mapping)方法在庞加莱映射图上确定吸引域(盆)问题；对于机器人的向前倾倒问题，给出简单有效的控制策略：如果让摆动腿以足够快的速度运动到支撑腿的前面，那么机器人就不会向前倾倒。而为了避免机器人在下一个步行周期向后倾倒，摆动腿不能落到支撑腿前面太远的地方[4]。

刘振泽、田彦涛等对无膝关节被动行走机器人进行了建模、分析与控制策略等问题的研究[5]。赵明国等研究了被动行走不动点的搜索算法，并提出了双足机器人虚拟斜坡行走步态生成算法，以关节舵机为驱动力实现了平面双足机器人的高能效快速行走[6−7]。倪修华、陈维山等通过仿真和实验研究了髋关节扭簧刚度对被动步行稳定性的影响[8]。柳宁、李俊峰和王天舒等采用胞映射法对被动行走机器人的吸引域进行了研究，分析了不同物理参数对吸引域大小的影响，得到了直腿模型可获得较大吸引域的参数组合[9]。本文作者研究了被动行走不动点的搜索算法，采用粒子群优化技术解决了牛顿法求解不动点对初始估计的敏感性问题[10]，研究了采用脉冲控制作用的双足机器人迭代学习控制问题，仿真结果表明，即使脚质量与髋关节质量相比不可忽略，采用脉冲控制方法仍能实现双足机器人的稳定行走[11]。Wang Qining 等基于被动行走原理，研究了在髋关节加驱动力矩，同时采用平脚板并在踝关节加弹簧的配置下，双足机器人的行走问题[12]。付成龙等研究了被动行走双足机器人的开环控制问题，通过在髋关节施加开环振荡驱动力矩，实现了双足机器人行走模式的转换[13]。

因为每步的冲击存在能量损失，在水平面上纯被动行走机器人不能持续行走。因此必须添加驱动力构成所谓的“半被动行走”机器人才有可能实现在水平面上的持续稳定行走。Kuo D 使用最简的双连杆模型研究了机器人在平面上的半被动行走能量效率问题，分析了两种控制驱动方式：1) 摆动腿撞击前，支撑腿脚后跟作用一指向髋部的冲击力；2) 在髋关节上直接使用转矩控制。通过能量比较，得出脚后跟的冲力控制方法能量消耗仅为直接转矩控制能量消耗的 1/4[14]。2005 年，美国康奈尔大学、麻省理工学院和荷兰的代尔夫特大学同时发布了三种半被动双足行走机器人[1]。该成果验证了采用被动行走原理设计半被动双足行走机器人的可行性，对基于被动行走原理的双足机器人研究起到了推动作用。

被动行走初始条件的稳定区域比较小，尤其是带膝盖被动行走机器人，需要熟练的专业人员才能使其行走起来，而且只能维持行走较少的步数。日本名古屋大学的 Ikemata 借鉴无边缘辐条轮模型的思想，研制了含膝关节的纯被动行走机器人，该机器人在含膝关节被动行走机器人的基础上加了一个限位装置，使双足机器人的步长保持恒定。通过理论分析和实验证明了限位装置对提高机器人行走稳定性有很大的作用[15]。但是 Ikemata 没有证明固定点的存在性，证明全局稳定性时采用的依据，特征值<1⇒范数<1，也存在问题。

增大被动行走机器人稳定性范围、提高被动行走鲁棒性和实现平面行走是被动行走研究的关键问题。本文借鉴 Ikemata 被动机器人设计的思想，限定机器人的步长为固定的常数。采用电磁铁产生脉冲推力，模拟人脚蹬地行为，作为机器人的能量输入源，实现双足机器人在水平面上稳定行走，研究并严格证明了水平面上半被动行走机器人固定点的存在性和全局稳定性。

1 双足机器人模型

1.1 腿摆动阶段动力学模型

简单双足行走机器人模型由髋关节铰接两个刚性直腿构成，在腿摆动阶段，支撑腿与地面接触点简化为旋转铰，在髋关节加一个扭转弹簧。假设所有质量集中在髋关节和两脚，系统模型如图 1 所示。忽略关节的摩擦影响，采用拉格朗日方法可以得到腿摆动阶段动力学方程：

$$[M+2m(1-\cos\varphi)]l^2\ddot{\theta}+ ml^2[(\cos\varphi-1)\ddot{\varphi}+\sin\varphi(2\dot{\theta}\dot{\varphi}-\dot{\varphi}^2)]- Mgl\sin\theta-mgl[\sin\theta+\sin(\varphi-\theta)]=0 \tag{1}$$

$$ml^2[(\cos\varphi-1)\ddot{\theta}+\ddot{\varphi}-\dot{\theta}^2\sin\varphi]+mgl\sin(\varphi-\theta)=-k\varphi \tag{2}$$

其中：m 是脚质量；M 是髋关节集中质量；g 是重力加速度；l 是腿的长度；θ 是支撑腿与地面法线的夹角；φ 是摆动腿与支撑腿之间的夹角；k 是弹簧刚度系数。

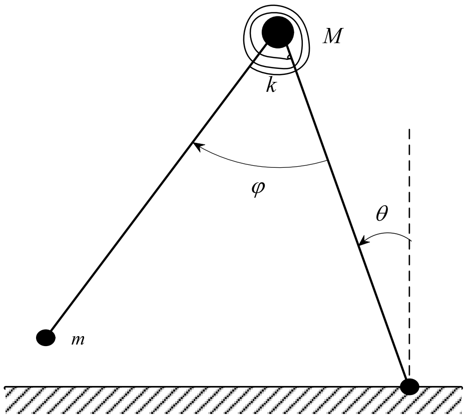

图 1　双足机器人示意图

Fig.1　Diagram of the simplest biped robot

1.2　地面冲击模型

当摆动腿运动到支撑腿前方，而且满足下面的几何条件式(3)，同时摆动脚向下运动时，将发生脚与地面的冲击：

$$\varphi(\tau)=2\theta(\tau) \tag{3}$$

其中，τ 是腿开始摆动到冲击发生的时间，一般把 τ 称为行走周期[14]。假设髋关节质量远远大于脚质量($M>>m$)，沿支撑腿方向的脉冲推力作用完成后马上发生摆动脚与地面冲击，采用瞬时非弹性碰撞假设，根据摆动腿关于髋关节的动量矩守恒和髋关节关于冲击点的动量矩方程可以得到冲击前后关节速度的变换关系(见图 2)：

$$Ml\dot{\theta}^+=Ml\dot{\theta}^-\cos\alpha+P\sin\alpha \tag{4}$$

$$\dot{\varphi}^+=\dot{\theta}^+(1-\cos\alpha) \tag{5}$$

其中：‘+’表示刚好完成冲击；‘−’表示冲击发生前；α 是冲击发生时两腿之间夹角 φ 的值，图 2 中速度 $v^+=l\dot{\theta}^+$，$v^-=l\dot{\theta}^-$。冲击方程式(4)中忽略了摆动腿的影响，同时，因为所用量均作用在髋关节，只需考虑系统的动量关系。

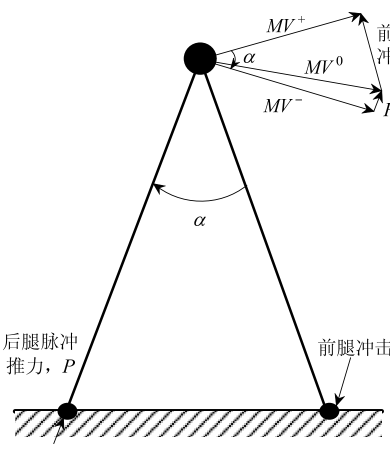

图 2　地面冲击模型

Fig.2　Ground collision model

2　固定点的全局稳定性

双足机器人行走过程的每一步由腿摆动阶段、支撑腿脉冲推力作用和摆动腿与地面冲击同时完成支撑腿与摆动腿角色转换阶段组成，完成角色转换后马上开始新的一步。因此，双足机器人的行走过程由腿摆动阶段的光滑动力学微分方程式(1)、式(2)和冲击状态转换代数方程式(4)、式(5)描述。用于冲击阶段存在状态跃变，系统具有非光滑特性。可以采用庞加莱映射方法分析双足机器人行走稳定性，取摆动腿与地面冲击事件为庞加莱截面，因为冲击时机器人两腿角度值满足方程式(3)、摆动腿角速度可以用支撑腿速度和两腿间夹角表示(式(4))，所以位于截面上机器人状态可以用二维状态向量表示：

$$\boldsymbol{x}_k^+=[\alpha_k\ \ \dot{\theta}_k^+]^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

其中，k 表示机器人行走的步数。相邻两步状态间的关系可以用庞加莱映射表示为：

$$\boldsymbol{x}_{k+1}^+=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_k^+) \tag{7}$$

庞加莱映射式(7)表示了相邻两步行走的初始状态之间的关系。如果两个状态相同，$\boldsymbol{x}_{k+1}^+=\boldsymbol{x}_k^+=\boldsymbol{\xi}$，则相邻两步均以相同的初始状态开始行走，即双足机器人进行周期行走。把实现周期行走的状态向量 $\boldsymbol{\xi}$ 称为庞加莱映射的固定点。因此，通过庞加莱映射，双足机器人行走稳定性问题被转换为固定点的稳定性问题。

2.1　雅可比矩阵

判断固定点的稳定性需要借助庞加莱映射的

雅可比矩阵：

$$\left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{x}_k^+}\right|_{\boldsymbol{x}_k^+} = \boldsymbol{J}_k = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} & \dfrac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \\ \dfrac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \alpha_k} & \dfrac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \dot{\theta}_k^+} \end{bmatrix} \tag{8}$$

假设腿摆动阶段没有能量损失，根据能量守恒定律可以得到冲击前支撑腿角速度与该步支撑腿初始角速度间的关系：

$$\frac{1}{2}Ml^2\dot{\theta}_{k+1}^{-2} = \frac{1}{2}Ml^2\dot{\theta}_k^{+2} + Mgl\left(\cos\frac{\alpha_k}{2} - \cos\frac{\alpha_{k+1}}{2}\right) \tag{9}$$

根据能量关系式(9)和冲击状态转换关系式(4)可以得到如下方程：

$$\begin{aligned} &\dot{\theta}_{k+1}^+ = d_k\cos\alpha_{k+1} + \frac{P}{Ml}\sin\alpha_{k+1}, \\ &d_k = \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l}\left(\cos\frac{\alpha_k}{2} - \cos\frac{\alpha_{k+1}}{2}\right)} \end{aligned} \tag{10}$$

根据式(10)可以得到雅可比矩阵式(8)的第 2 行元素的计算公式：

$$\frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \alpha_k} = a_k\frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} + b_k \tag{11}$$

$$\frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \dot{\theta}_k^+} = a_k\frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} + c_k \tag{12}$$

公式中的 3 个参数如下：

$$a_k = \frac{P}{Ml}\cos\alpha_{k+1} + \frac{g}{2ld_k}\cos\alpha_{k+1}\sin\frac{\alpha_{k+1}}{2} - d_k\sin\alpha_{k+1},$$

$$b_k = -\frac{g}{2ld_k}\cos\alpha_{k+1}\sin\frac{\alpha_k}{2}, \quad c_k = \frac{\dot{\theta}_k^+}{d_k}\cos\alpha_{k+1}。$$

采用 Ikemata 被动机器人设计的思想，限定机器人的步长为固定的常数$\alpha_{k+1}=\alpha_k=\alpha$，则：

$$\frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} = \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} = 0 \tag{13}$$

在该假设条件下，雅可比矩阵简化为：

$$\boldsymbol{J}_k = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} & \dfrac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \\ \dfrac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \alpha_k} & \dfrac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \dot{\theta}_k^+} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} & \dfrac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \\ a_k\dfrac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} + b_k & a_k\dfrac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} + c_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_k & c_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_k & c \end{bmatrix} \tag{14}$$

雅可比矩阵的特征值为 $r_1=0$ 和 $r_2=c=\cos\alpha$，因此特征值满足以下关系：

$$|r| \leqslant |c| = |\cos\alpha| < 1,\ \alpha \neq n\pi \tag{15}$$

在双足机器人正常行走过程中两腿之间的夹角一定满足 $0<\alpha<\pi$，即雅可比矩阵特征值的绝对值恒小于1。

2.2 固定点的稳定性

首先对图 2 表示的状态变换关系进行分析，图 3 表示了状态转换的简化示意图。从图 3 中可以看出，$v^+=v^0\cos\gamma$，$v^-=v^0\cos\beta$，如果$\beta<\gamma$则冲击后髋关节的速度减小，反之，若 $\gamma<\beta$ 则冲击后髋关节的速度增加，而当 $\gamma=\beta=\alpha/2$ 时冲击后髋关节的速度不变。因此，当支撑腿脉冲推力 P 为常数时，稳定行走的速度应该满足：

$$v^+ = v^- = \frac{P}{M}\cot\alpha \tag{16}$$

若速度值大于该值，则每次冲击后速度减小；若速度值小于该值，则每次冲击后速度增大。从冲击状态转换的几何关系可以直观判定双足行走固定点存在而且是稳定的。下面给出严格的数学证明：

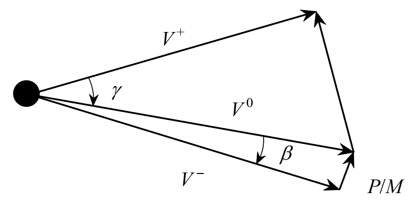

图 3 状态转换模型

Fig.3 Model of states transformation

定理：对于本文研究的两连杆双足机器人模型，若半被动行走步长和脉冲推力保持恒定，则其行走过程庞加莱映射的固定点存在，而且是全局渐进稳定的。

证明：根据多元函数微分中值定理可以得到如下等式：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{k+1} - \boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_k) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{k-1}) = \\ \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}_{k-1}^{\theta})(\boldsymbol{x}_k - \boldsymbol{x}_{k-1}) \end{aligned} \tag{17}$$

其中，$\boldsymbol{x}_{k-1}^{\theta}$ 是位于 $\boldsymbol{x}_k$ 和 $\boldsymbol{x}_{k-1}$ 之间的一点。为了简化公式表示，省略了状态向量的上标‘+’，后面推导中仍将式(17)中雅克比矩阵用 $\boldsymbol{J}_{k-1}$ 表示。对于任意正整数 p：

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{x}_{k+p} - \boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{k+p-1}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{k-1}) = \\ &\boldsymbol{J}_{k-1}(\boldsymbol{x}_{k+p-1} - \boldsymbol{x}_{k-1}) = \cdots = (\prod_{i=k-1}^{0}\boldsymbol{J}_i)(\boldsymbol{x}_p - \boldsymbol{x}_0) \end{aligned} \tag{18}$$

由式(14)可以得到：

$$\boldsymbol{x}_{k+p} - \boldsymbol{x}_k = c^{k-1}\boldsymbol{J}_0(\boldsymbol{x}_p - \boldsymbol{x}_0) \tag{19}$$

因为$|c|<1$，所以

$$\lim_{k\to\infty}\|\boldsymbol{x}_{k+p}-\boldsymbol{x}_k\|=\lim_{k\to\infty}\|c^{k-1}\boldsymbol{J}_0(\boldsymbol{x}_p-\boldsymbol{x}_0)\|=\lim_{k\to\infty}|c|^{k-1}\|\boldsymbol{J}_0(\boldsymbol{x}_p-\boldsymbol{x}_0)\|=0 \quad (20)$$

即$\{\boldsymbol{x}_k\}$是柯西序列，存在极限，设该极限值为ξ，对式(7)两端取极限得：

$$\xi=\lim_{k\to\infty}\boldsymbol{x}_{k+1}=\lim_{k\to\infty}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_k)=\boldsymbol{f}(\lim_{k\to\infty}\boldsymbol{x}_k)=\boldsymbol{f}(\xi) \quad (21)$$

因此ξ是庞加莱映射的固定点。下面证明固定点的全局渐进稳定性，采用与式(18)相同的原理得：

$$\boldsymbol{e}_k=\boldsymbol{x}_k-\xi=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{k-1})-\boldsymbol{f}(\xi)=\boldsymbol{J}_{k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}-\xi)=\cdots=c^{k-1}\boldsymbol{J}_0(\boldsymbol{x}_0-\xi)=c^{k-1}\boldsymbol{J}_0\boldsymbol{e}_0 \quad (22)$$

需要说明的是式(22)中的雅克比矩阵与式(18)中的雅克比矩阵是不相同的，但由式(14)可知它们的对角元素均为 0 和 c。所以

$$\lim_{k\to\infty}\|\boldsymbol{e}_k\|=\lim_{k\to\infty}\|c^{k-1}\boldsymbol{J}_0\boldsymbol{e}_0\|=\lim_{k\to\infty}|c|^{k-1}\|\boldsymbol{J}_0\boldsymbol{e}_0\|=0 \quad (23)$$

因此，固定点ξ全局渐进稳定。

2.3　固定点存在性讨论

上节从几何角度分析说明了半被动行走固定点的存在性，并且从数学角度严格证明了半被动行走固定点的存在性和全局渐进稳定性。然而，从动力学角度分析，半被动机器人固定点存在并且实现稳定行走还必须满足下面几个条件：

1) 初始速度必须足够大，以保证髋关节能通过最高点：

$$\frac{1}{2}Ml^2\dot{\theta}^2>Mgl\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right)\Rightarrow\dot{\theta}^2>\frac{2g}{l}\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right) \quad (24)$$

2) 初始速度不能过大，以保证机器人行走而不是跑步，即地面支持力始终大于零：

$$Ml\dot{\theta}^2>Mg\cos\frac{\alpha}{2}\Rightarrow\dot{\theta}^2>\frac{g}{l}\cos\frac{\alpha}{2} \quad (25)$$

3) 摆动腿必须在发生冲击前运动到限定的位置，摆动腿达到指定位置的时间可以通过改变髋关节扭转弹簧的刚度来调节。

3　仿真结果

采用前面介绍的方法，对半被动双足机器人行走进行仿真，假设机器人在腿摆动阶段没有能量损失，机器人在与地面冲击时两腿间的夹角保持恒定$\alpha=\pi/3$，髋关节集中质量M=10kg，腿长度为l=1m，脉冲推力P=15N·s，重力加速度g=9.8m/s^2。根据固定点存在的附加条件式(24)和式(25)可以计算出机器人支撑腿角速度必须满足下面条件：

$$\frac{g}{l}\cos\frac{\alpha}{2}>\dot{\theta}^2>\frac{2g}{l}\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right)\Rightarrow$$
$$2.9133>\dot{\theta}>1.6205 \quad (26)$$

取支撑腿初始角速度分别为 2rad/s 和 2.8rad/s 的仿真结果如图 4 所示。

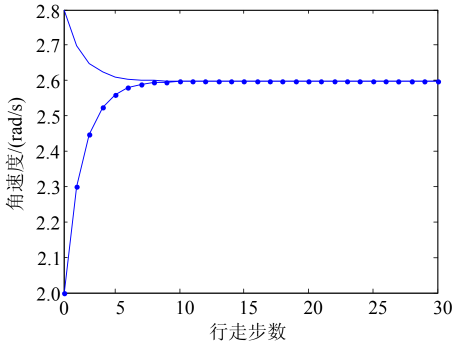

图 4　冲击后支撑腿角速度图

Fig.4　Plots of angular velocity of stance leg after heel-strike

从图 4 可以看出，不论是支撑腿初始角速度大于还是小于固定点处的角速度，经过 10 步左右行走，冲击后机器人支撑腿的角速度都稳定为恒定值。根据式(16)和角速度与线速度间关系可以计算该值为 2.5981rad/s。

为了考察系统对干扰的鲁棒性，假设关节角和脉冲推力存在 1%的随机干扰。系统的参数和初始条件等与前面仿真相同，仿真结果如图 5 所示。从图 5 中可以看出，经过 5 步行走，冲击后机器人支撑腿的角速度都稳定在固定点附近。结果表明系统对冲击发生时机器人内角的干扰和脉冲推力的干扰都具有一定的鲁棒性。

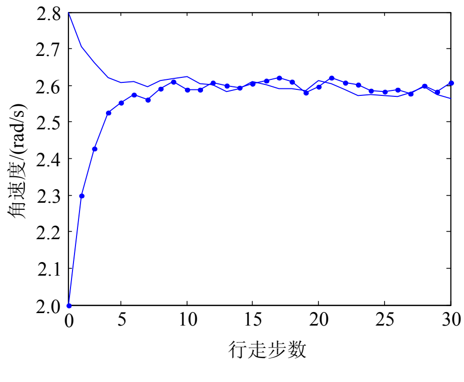

图 5　冲击后支撑腿角速度图(1%干扰)

Fig.5　Plots of angular velocity of stance leg after heel-strike (1% disturbences)

4　结论

本文研究了半被动双足机器人行走固定点的稳定性问题，在冲击时刻双足机器人两腿夹角保持

恒定和以沿支撑腿脉冲推力为动力源的条件下，从理论上严格证明了行走过程固定点的存在性和全局稳定性。仿真实验结果验证了理论结果的正确性，且固定点对干扰具有一定的鲁棒性。在本文理论研究和仿真实验基础上，构建物理实物系统开展实验研究将是进一步研究的课题。

参考文献：

[1] Collins S, Ruina A, Tedrake R, Wisse M. Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers [J]. Science, 2005, 307(5712): 1082－1085.

[2] McGeer T. Passive dynamic walking [J]. International Journal of Robotics Research, 1990, 9(2): 62－82.

[3] Hobbelen D G, Wisse M. Ankle actuation for limit cycle walkers [J]. International Journal of Robotics Research, 2008, 27(6): 709－735.

[4] Wisse M, Schwab A L, Linde R Q, Helm F C. How to keep from falling forward: Elementary swing leg action for passive dynamic walkers [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(3): 393－401.

[5] 刘振泽, 田彦涛, 张佩杰, 等. 无动力双足步行机器人控制策略与算法[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(2): 113－121.
Liu Zhenze, Tian Yantao, Zhang Peijie, et al. Control strategies and algorithms for passive compass-like biped robot [J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(2): 113－121. (in Chinese)

[6] 苏学敏, 赵明国, 张楫, 等. 被动行走周期性步态不动点搜索的新算法[J]. 清华大学学报, 2009, 49(8): 1109－1112.
Su Xuemin, Zhao Mingguo, Zhang Ji, et al. Identifying fixed points in periodic gaits during passive walking [J]. Journal of Tsinghua University, 2009, 49(8): 1109－1112. (in Chinese)

[7] 赵明国, 董浩, 张乃尧. 双足机器人虚拟斜坡行走的抗扰能力研究[J]. 机器人, 2010, 32(6): 773－786.
Zhao Mingguo, Dong Hao, Zhang Naiyao. On disturbance rejection of the bipedal robots in virtual slope walking [J]. Robot, 2010, 32(6): 773－786. (in Chinese)

[8] 倪修华, 陈维山, 刘军考, 等. 弹簧刚度对被动步行的稳定性影响[J]. 力学学报, 2010, 42(3): 541－547.
Ni Xiuhua, Chen Weishan, Liu Junkao, et al. The effect of spring stiffness on the stability of passive dynamic walking [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2010, 42(3): 541－547. (in Chinese)

[9] 柳宁, 李俊峰, 王天舒. 用胞胞映射计算被动行走模型不动点的吸引盆[J]. 工程力学, 2008, 25(10): 218－223.
Liu Ning, Li Junfeng, Wang Tianshu. Study of the basin of attraction of passive models by the aid of cell-to-cell mapping method [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(10): 218－223. (in Chinese)

[10] 赵秋玲, 周亚丽, 张奇志. 双足机器人无源动态行走步态设计的粒子群优化算法[J]. 中南工业大学学报, 2007, 38(增刊 1): 570－573.
Zhao Qiuling, Zhou Yali, Zhang Qizhi. PSO algorithm for biped gait of passive dynamic walking robot [J]. Journal of Central South University of Technology, 2007, 38(Suppl 1): 570－573. (in Chinese)

[11] Zhang Qizhi, Chew Cheemeng, Zhou Yali, et al. Iterative learning control for biped walking [C]. Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Xi’an, China, 2010: 237－241.

[12] Wang Qining, Huang Yan, Wang Long. Passive dynamic walking with flat feet and ankle compliance [J]. Robotica, 2010, 28(3): 413－425.

[13] 付成龙, 黄元林, 王健美, 陈恳. 半被动双足机器人的准开环控制[J]. 机器人, 2009, 31(2): 110－117.
Fu Chenglong, Huang Yuanlin, Wang Jianmei, Chen Ken. Quasi open-loop control for semi-passive biped robots [J]. Robot, 2009, 31(2): 110－117. (in Chinese)

[14] Kuo A D. Energetics of actively powered locomotion using the simplest walking model [J]. Journal of Biomechanical Engineering, 2002, 124(1): 113－120.

[15] Ikemata Y, Sano A, Fujimoto H. A physical principle of gait generation and its stabilization derived from mechanism of fixed point [C]. Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, Florida, 2006: 836－841.