文章编号：1000-4750(2016)02-0136-09

带耗能减震层框架-核心筒结构的简化模型与减震机理研究

周　云，林绍明

(广州大学土木工程学院，广州 510006)

摘　要：提出带耗能减震层框架-核心筒结构的简化模型，将减震层等效为抗转刚度弹簧和抗转阻尼弹簧，构造减震层上部和下部的振型函数，采用假定振型法和虚功原理，推导带耗能减震层框架-核心筒结构在地震作用下的振动控制方程。以典型带耗能减震层框架-核心筒结构为例，采用 MATLAB 语言编制该简化模型的振动控制方程程序，并与 ETABS 软件建立的有限元模型进行相互验证，研究带耗能减震层框架-核心筒结构的地震反应和减震机理。研究结果表明：提出的带耗能减震层框架-核心筒结构简化模型有效、可行；利用振动方程的显示表达式揭示了带耗能减震层框架-核心筒结构的减震机理；由复模态分析方法进一步确定了不同减震层位置时结构阻尼的变化规律，优化设计的复模态阻尼比及阻尼器的优化阻尼系数可用于该类结构的初步设计。

关键词：框架-核心筒结构；耗能减震层；简化模型；减震机理；复模态阻尼比

中图分类号：TU352.1; TU973^{+}.23　**文献标志码**：A　doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.07.0567

RESEARCH ON A SIMPLIFIED MODEL AND ENERGY DISSIPATION MECHANISM OF FRAME-CORE TUBE STRUCTURE WITH ENERGY-DISSIPATION STORY

ZHOU Yun , LIN Shao-ming

(School of Civil Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: A simplified model was developed to estimate the seismic response of frame-core tube structures with EDS(energy-dissipation story). In the simplified model, EDS was considered as stiffness spring and damping spring. In order to derive the vibration equation, Heaviside function was constructed by means of modal function and according to the assumed mode shape method and the principle of virtual work. The vibration equation of a frame-core tube structure with EDS was built in MATLAB program, and the mathematical structural model was verified through a comparison with the finite element result in ETABS program. The results show that the proposed simplified model of frame-core tube structure with EDS is valid and feasible. Then the energy dissipation mechanism of frame-core tube structure with EDS could be revealed by explicit expression of vibration equation. Structural damping ratio changing with EDS position could be determined by the complex modal analysis method. Finally, the optimization design for both the complex modal damping ratio and the damping coefficient of viscous damper could be used in the preliminary design of frame-core tube structure with EDS.

Key words: frame-core tube structure; energy-dissipation story; simplified model; energy dissipation mechanism; complex modal damping ratio

---

收稿日期：2014-07-01；修改日期：2015-03-03

基金项目：广东省自然科学基金团队项目(8351009101000001)；广州市高校“羊城学者”首席科学家项目(10A026S)；广州市教育系统创新学术团队项目(穗教科[2009]11 号)

通讯作者：周　云(1965－)，男，云南泸西人，教授，博士，博导，主要从事结构工程抗震与减震控制研究(E-mail: zhydxs@163.com).

作者简介：林绍明(1984—)，男，广西北海人，博士生，从事结构减震控制研究(E-mail: linshaoming007@163.com).

“带耗能减震层超高层结构体系”是近年来提出的一种新型高层建筑耗能减震结构体系，它将加强层伸臂桁架和环带桁架中的刚性支撑用耗能支撑代替，形成耗能减震层，通过耗能支撑中的阻尼器来耗散地震输入到结构中的能量，以减轻结构的动力反应，从而更好地保护主体结构的安全[1−2]。文献[3]对带加强层结构和带减震层结构的地震反应进行了对比分析，证明了黏滞减震层的良好减震效果；文献[4]对比研究了设置非线性黏滞阻尼器、铅黏弹性阻尼器耗能减振层等六种控制方案对结构地震与风振作用的减振效果，进一步证明了耗能减振层对于超高层结构抗风与抗震的有效性和可行性；文献[5]研究了减震层位置、数量和黏滞阻尼器参数对结构减震效果的影响规律，并给出了一种实用设计方法。文献[2－5]均采用通用有限元软件对带耗能减震层高层结构的减震控制效果进行研究，但有限元法计算量大且计算过程被覆盖，工程设计人员难以把握计算过程中的物理概念与物理信息；而简化分析方法计算量小，计算过程中的物理概念与物理信息明确，虽然其基本假定与实际结构有较大差别，但只要抓住结构的主要影响因素，忽略局部差异，利于揭示一般规律，便于设计人员掌握。因此，本文提出带耗能减震层框架-核心筒结构的简化模型，采用 MATLAB 语言编制该简化模型的振动控制方程程序，并与 ETABS 软件建立有限元模型进行相互验证，研究带耗能减震层框架-核心筒结构的地震反应和减震机理。

1　简化模型

1.1　计算简图

本文在 Hoenderkamp 模型[6]的基础上，提出带耗能减震层框架-核心筒结构的简化模型，其计算简图如图 1 所示，简化模型采用的基本假定如下：

① 主体结构为线弹性体系；

② 核心筒剪力墙和外围框架柱由伸臂相连，忽略楼盖和楼层梁的连接作用，忽略剪力墙的剪切变形；

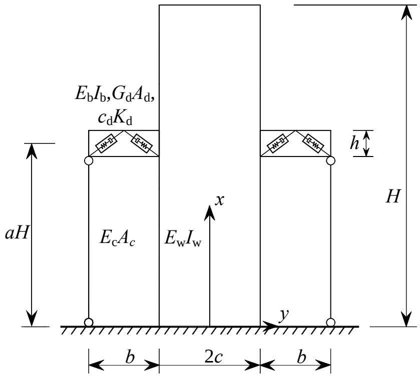
③ 框架柱铰接，不考虑框架柱的质量；

④ 考虑伸臂的弯曲和剪切变形，忽略伸臂的质量；

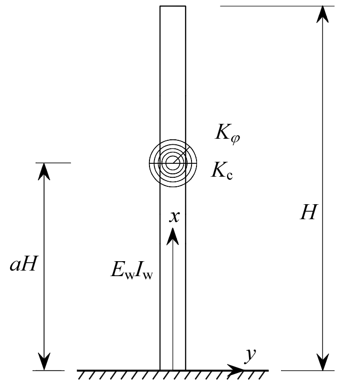
⑤ 核心筒剪力墙与框架柱的截面沿结构高度方向不变；

⑥ 模型的固有模态阻尼为采用Rayleigh阻尼；

⑦ 黏滞阻尼器忽略内部刚度的影响，理想化为纯黏滞单元。



(a) 带耗能减震层高层结构示意图



(b) 等效计算简图

图1　计算简图

Fig.1　Calculation diagram

1.2　单自由度模型

基于以上假定，减震层的效果就相当于在减震层位置施加了一个抗转刚度弹簧和抗转阻尼弹簧，在进行动力反应分析时，计算模型如图1(b)所示；其中，抗转刚度弹簧 K_φ 可以提高结构的抗侧刚度，而抗转阻尼弹簧 K_c 则会给结构提供附加阻尼。

由于伸臂的弯曲和剪切变形，伸臂的刚度作用等效成一个抗转刚度弹簧，此时，减震层产生的弯矩为 M_φ，由文献[7－8]可知，弯矩 M_φ 使外框架柱产生伸长和压缩变形，形成的转角为：

$$\theta_c = \frac{M_\varphi aH\alpha}{E_cI_c} \tag{1}$$

式中：aH 是减震层中轴距地面的距离，a 为减震层的相对高度参数，$0 \leqslant a \leqslant 1$；无量纲参数 $\alpha = l/b$，外框架柱与核心筒中轴的距离为 $l = b + c$，b 为伸臂的长度，c 为剪力墙宽度的一半；框架柱的弯曲刚度为 $E_cI_c = 2E_cA_cl^2$，其中 E_cA_c 为框架柱的轴向刚度。

而减震层由于弯曲和剪切变形产生的转角为：

$$\theta_{\mathrm{b}}=\theta_{\mathrm{b,\,b}}+\theta_{\mathrm{b,\,s}} \tag{2}$$

弯矩 M_{φ} 使减震层弯曲变形产生的转角为：

$$\theta_{\mathrm{b,\,b}}=\frac{M_{\varphi}b}{12\alpha E_{\mathrm{b}}I_{\mathrm{b}}} \tag{3}$$

式中：b为减震层的长度；$E_{\mathrm{b}}I_{\mathrm{b}}$表示减震层的弯曲刚度。

弯矩 M_{φ} 使减震层剪切变形产生的转角为：

$$\theta_{\mathrm{b,\,s}}=\frac{M_{\varphi}k}{2h\alpha G_{\mathrm{d}}A_{\mathrm{d}}} \tag{4}$$

式中：k 表示减震层的截面剪切变形系数；h 表示减震层的高度；$G_{\mathrm{d}}A_{\mathrm{d}}$ 表示减震层的剪切刚度。

剪力墙在减震层处的转角为：

$$\theta_{\mathrm{w}}=(\theta_{\mathrm{c}}+\theta_{\mathrm{b}})/\alpha \tag{5}$$

由式(1)~式(4)可得框架柱转角与伸臂转角的关系为：

$$\theta_{\mathrm{b}}/\theta_{\mathrm{c}}=\left(\frac{b}{12\alpha E_{\mathrm{b}}I_{\mathrm{b}}}+\frac{k}{2h\alpha G_{\mathrm{d}}A_{\mathrm{d}}}\right)\Big/\frac{x_1\alpha}{E_{\mathrm{c}}I_{\mathrm{c}}} \tag{6}$$

由式(5)~式(6)可得核心筒在减震层处转角与框架柱转角的关系为：

$$\theta_{\mathrm{c}}=\theta_{\mathrm{w}}\alpha\Bigg/\left[1+\left(\frac{b}{12\alpha^2E_{\mathrm{b}}I_{\mathrm{b}}}+\frac{k}{2h\alpha^2G_{\mathrm{d}}A_{\mathrm{d}}}\right)\Bigg/\frac{x_1}{E_{\mathrm{c}}I_{\mathrm{c}}}\right] \tag{7}$$

$$\theta_{\mathrm{b}}=\theta_{\mathrm{w}}\alpha\Bigg/\left[1+\frac{x_1}{E_{\mathrm{c}}I_{\mathrm{c}}}\Bigg/\left(\frac{b}{12\alpha^2E_{\mathrm{b}}I_{\mathrm{b}}}+\frac{k}{2h\alpha^2G_{\mathrm{d}}A_{\mathrm{d}}}\right)\right] \tag{8}$$

因此，伸臂在减震层处的等效抗转刚度弹簧系数 K_{φ} 为：

$$K_{\varphi}=\frac{M_{\varphi}}{\theta_{\mathrm{w}}}=\frac{1}{\dfrac{aH}{E_{\mathrm{c}}I_{\mathrm{c}}}+\dfrac{b}{12\alpha^2E_{\mathrm{b}}I_{\mathrm{b}}}+\dfrac{k}{2h\alpha^2G_{\mathrm{d}}A_{\mathrm{d}}}} \tag{9}$$

假设单自由度核心筒剪力墙的侧向位移响应 $w(x,\,t)$ 为：

$$w(x,\,t)=\varphi(x)q(t) \tag{10}$$

此时，剪力墙的转角 $\theta_{\mathrm{w}}(x,t)$ 为：

$$\theta_{\mathrm{w}}(x,t)=\frac{\partial w(x,\,t)}{\partial x}=\varphi'(x)q(t) \tag{11}$$

先假设结构的固有阻尼为零，由虚位移原理可知，对于任意可能的虚位移 $\delta w(x,\,t)$，有：

$$\delta W_{\mathrm{p}}+\delta W_{\mathrm{i}}=0 \tag{12}$$

其中，δW_{p} 和 δW_{i} 分别代表实际力和惯性力所做的虚功。

式(12)各项表达式计算如下：

$$\delta W_{\mathrm{p}}=-\int_0^H M\delta\frac{\partial^2 w(x,\,t)}{\partial x^2}\mathrm{d}x-(M_{\varphi}+M_{\mathrm{c}})\delta\frac{\partial w(x,\,t)}{\partial x}\Big|_{x=x_1} \tag{13}$$

式中：M 为核心筒沿坐标轴的弯矩；M_{c} 为减震层的抗转阻尼弹簧的等效作用产生的阻尼力弯矩。其中，剪力墙的弯矩所作的虚功为：

$$\int_0^H M\delta\frac{\partial^2 w(x,\,t)}{\partial x^2}\mathrm{d}x=\int_0^H E_{\mathrm{w}}I_{\mathrm{w}}\varphi''(x)q(t)\varphi''(x)\cdot\delta q(t)\mathrm{d}x=E_{\mathrm{w}}I_{\mathrm{w}}q(t)\delta q(t)\int_0^{\mathrm{h}}[\varphi''(x)]^2\mathrm{d}x \tag{14}$$

式中：$E_{\mathrm{w}}I_{\mathrm{w}}$ 为核心筒剪力墙的弯曲刚度。

抗转刚度弹簧所作的虚功为：

$$-M_{\varphi}\delta\frac{\partial w(x,\,t)}{\partial x}\Big|_{x=x_1}=-K_{\varphi}\varphi'(x_1)q(t)\varphi'(x_1)\delta q(t) \tag{15}$$

抗转阻尼弹簧所作的虚功为：

$$-M_{\mathrm{c}}\delta\frac{\partial w(x,\,t)}{\partial x}\Big|_{x=x_1}=-4F_{\mathrm{d}}\delta u_{\mathrm{d}} \tag{16}$$

式中：F_{d} 为减震层单个阻尼器的阻尼力；δu_{d} 为减震层阻尼器变形时的虚位移，减震层阻尼器的布置形式采用双斜杆形式，此时阻尼器的变形解构如图 2 所示。

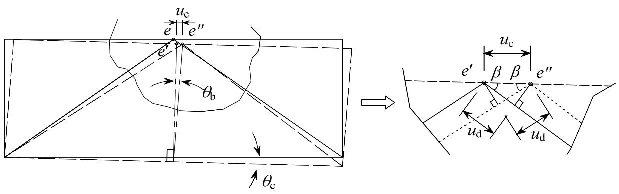


图 2 双斜杆布置形式的阻尼器变形分解

Fig.2 Deformation decomposition of damper in brace form

此时减震层的变形分为减震层刚体转动变形 θ_{c} 和减震层弯曲与剪切变形 θ_{b}，减震层刚体转动变形是由框架柱的转角 θ_{c} 产生的；阻尼器的变形是由减震层的弯曲与剪切变形的转角 θ_{b} 产生的。由图 2 可知，结构未变形前双斜杆阻尼器交接点的坐标为 e，减震层发生刚体转动变形时交点坐标为 e'，减震层产生弯曲和剪切变形后交点坐标为 e''，此时，设 $e'e''=u_{\mathrm{c}}$，阻尼器的拉、压变形均为 u_{d}，有：

$$u_{\mathrm{d}}=u_{\mathrm{c}}\cos\beta=h\sin\theta_{\mathrm{b}}\cos\beta\approx h\theta_{\mathrm{b}}\cos\beta=h\mu\theta_{\mathrm{w}}\cos\beta \tag{17}$$

式中：$\mu=\alpha\Big/\left[1+\dfrac{aH}{E_cI_c}\Big/\left(\dfrac{b}{12\alpha^2E_bI_b}+\dfrac{k}{2h\alpha^2G_dA_d}\right)\right]$；$\beta$ 为阻尼器的消能方向与水平面的夹角；h 为减震层的层高；速度指数 $\alpha=1.0$。

此时，单个阻尼器的阻尼力 F_d 为：

$$F_d=c_d\frac{\partial u_d(x,t)}{\partial t}=c_dh\mu\cos\beta\varphi'(x_1)\dot{q}(t) \tag{18}$$

式中，c_d 为减震层阻尼器的线性阻尼系数。

减震层阻尼器所作虚功为：

$$-4F_d\delta\Delta(x_1,t)=-4c_d\frac{\partial^2w(x,t)}{\partial x\partial t}\Big|_{x=x_1}(h\mu\cos\beta)\cdot\delta\left[\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=x_1}(h\mu\cos\beta)\right]=-4c_d(h\mu\cos\beta)^2\varphi'(x_1)\dot{q}(t)\varphi'(x_1)\delta q(t) \tag{19}$$

由式(19)可得，抗转阻尼弹簧系数 K_c 为：

$$K_c=4c_d(h\mu\cos\beta)^2 \tag{20}$$

此时剪力墙惯性力所作的虚功为：

$$\delta W_i=-\int_0^H\rho A\frac{\partial^2w(x,t)}{\partial t^2}\delta w(x,t)\mathrm{d}x=-\rho A\int_0^H\varphi(x)\ddot{q}(t)\varphi(x)\delta q(t)\mathrm{d}x=-\rho A\ddot{q}(t)\delta q(t)\int_0^H\varphi^2(x)\mathrm{d}x \tag{21}$$

式中：ρ 为等截面梁的密度；A 为核心筒剪力墙的横截面面积。

由式(12)~式(21)可知，当结构不计自身固有阻尼时，其振动方程的表达式为：

$$\rho A\int_0^H\varphi^2(x)\mathrm{d}x\ddot{q}(t)+K_c[\varphi'(x)]^2\dot{q}(t)+\{E_wI_w\int_0^H[\varphi''(x)]^2\mathrm{d}x+K_\varphi[\varphi'(x_1)]^2\}q(t)=0 \tag{22}$$

令：

$$M=\rho A\int_0^H\varphi^2(x)\mathrm{d}x \tag{23}$$

$$C_d=K_c[\varphi'(x_1)]^2 \tag{24}$$

$$K=E_wI_w\int_0^H(\varphi''(x))^2\mathrm{d}x+K_\varphi[\varphi'(x_1)]^2 \tag{25}$$

当考虑结构固有阻尼不为零时，此时结构固有阻尼系数可以表示为：

$$C_s=2\sqrt{KM}\xi \tag{26}$$

式中，ξ 单自由度结构的阻尼比。

合并式(22)~式(26)即可得到结构单自由度的自由振动方程：

$$M\ddot{q}(t)+(C_s+C_d)\dot{q}(t)+Kq(t)=0 \tag{27}$$

1.3　多自由度模型

假设多自由度核心筒的侧向位移响应 $w(x,t)$ 为：

$$w(x,t)=\sum_{i=1}^n\varphi_i(x)q_i(t) \tag{28}$$

式中：$q_i(t)$ 为第 i 阶振型独立广义坐标；$\varphi_i(x)$ 为 i 阶振型函数。

当结构的振型函数越准确时，所得结构的动力特性越准确，对于减震层结构，各阶振型采用在减震层位置处施加抗转刚度弹簧作用下的核心筒侧移变形曲线，设减震层结构的振型函数 $\varphi_i(x)$ 分别为：

减震层上部函数：

$$\varphi_{i(u)}(x)，\quad aH\leqslant x\leqslant H \tag{29a}$$

减震层下部函数：

$$\varphi_{i(l)}(x)，\quad 0\leqslant x\leqslant aH \tag{29b}$$

其中，a 为减震层设置处的相对高度，$0\leqslant a\leqslant1$。

根据边界条件 $\varphi_{i(l)}(0)=0$ 和 $\varphi'_{i(l)}(0)=0$，因此，减震层下部振型函数通解为：

$$\varphi_{i(l)}(x)=-\frac{M_0}{k^2E_wI_w}C_{kx}-\frac{Q_0}{k^3E_wI_w}D_{kx} \tag{30}$$

式中，M_0、Q_0 为两个初始参数。

其中：

$A_{kx}=0.5(\cosh kx+\cos kx)$；

$B_{kx}=0.5(\sinh kx+\sin kx)$；

$C_{kx}=0.5(\cosh kx-\cos kx)$；

$D_{kx}=0.5(\sinh kx-\sin kx)$。

在减震层处，存在一突变力偶，抗转刚度系数为 K_φ，则减震层上部函数的通解为：

$$\varphi_{i(u)}(x)=\varphi_{i(l)}(x)+K_\varphi\varphi'_{i(l)}(aH)\frac{C_{k(x-aH)}}{k^2E_wI_w}=-\frac{kE_wI_wC_{kx}+K_\varphi B_{kaH}C_{k(x-aH)}}{k^3E_w^2I_w^2}M_0-\frac{kE_wI_wD_{kx}+K_\varphi C_{kaH}C_{k(x-aH)}}{k^4E_w^2I_w^2}Q_0 \tag{31}$$

由顶部边界条件 $\varphi''_{i(u)}(H)=0$ 和 $\varphi'''_{i(u)}(H)=0$，可得：

$$[k^3E_wI_wA_{kH}+k^2K_\varphi B_{kaH}A_{k(1-a)H}]M_0+[k^2E_wI_wB_{kH}+kK_\varphi C_{kaH}A_{k(1-a)H}]Q_0=0, \tag{32}$$

$$[k^4E_wI_wD_{kH}+k^3K_\varphi B_{kaH}D_{k(1-a)H}]M_0+[k^3E_wI_wA_{kH}+k^2K_\varphi C_{kaH}D_{k(1-a)H}]Q_0=0 \tag{33}$$

令 M_0、Q_0 的系数行列式等于 0，得频率方程为：

$$\begin{aligned}&[k^3E_\mathrm{w}I_\mathrm{w}A_{kH}+k^2K_\varphi B_{kaH}A_{k(1-a)H}]\cdot\\&\quad[k^3E_\mathrm{w}I_\mathrm{w}A_{kH}+k^2K_\varphi C_{kaH}D_{k(1-a)H}]-\\&\quad[k^4E_\mathrm{w}I_\mathrm{w}D_{kH}+k^3K_\varphi B_{kaH}D_{k(1-a)H}]\cdot\\&\quad[k^2E_\mathrm{w}I_\mathrm{w}B_{kH}+kK_\varphi C_{kaH}A_{k(1-a)H}]=0\end{aligned}\tag{34}$$

这是一个关于 k 的超越方程，由式(34)求得 k 后将其代入式(32)可得：

$$M_0=-\frac{kE_\mathrm{w}I_\mathrm{w}B_{kH}+K_\varphi C_{kaH}A_{k(1-a)H}}{k^2E_\mathrm{w}I_\mathrm{w}A_{kH}+kK_\varphi B_{kaH}A_{k(1-a)H}}Q_0\tag{35}$$

将式(35)代入式(30)、式(31)，且考虑振动形式与振幅无关，可消去 Q_0，经过化简可得减震层结构的振型函数 $\varphi(x)$ 为：

$$\begin{aligned}\varphi_{i(l)}(x)=&\frac{kE_\mathrm{w}I_\mathrm{w}B_{kH}+K_\varphi C_{kaH}A_{k(1-a)H}}{k^2E_\mathrm{w}I_\mathrm{w}A_{kH}+kK_\varphi B_{kaH}A_{k(1-a)H}}\cdot\\&\frac{C_{kx}}{k^2E_\mathrm{w}I_\mathrm{w}}-\frac{D_{kx}}{k^3E_\mathrm{w}I_\mathrm{w}}，0\leqslant x\leqslant aH\end{aligned}\tag{36a}$$

$$\begin{aligned}\varphi_{i(u)}(x)=&\frac{kE_\mathrm{w}I_\mathrm{w}B_{kH}+K_\varphi C_{kaH}A_{k(1-a)H}}{k^2E_\mathrm{w}I_\mathrm{w}A_{kH}+kK_\varphi B_{kaH}A_{k(1-a)H}}\cdot\\&[kE_\mathrm{w}I_\mathrm{w}C_{kx}+K_\varphi B_{kaH}C_{k(x-aH)}]-\\&\frac{kE_\mathrm{w}I_\mathrm{w}D_{kx}+K_\varphi C_{kaH}C_{k(x-aH)}}{k},\\&aH\leqslant x\leqslant H\end{aligned}\tag{36b}$$

可将分布质量体系化为多自由度结构体系，则结构的质量矩阵及刚度矩阵结果如下：

$$M_{ij}=\int_0^H\rho A\varphi_i(x)\varphi_j(x)\mathrm{d}x\tag{37}$$

$$K_{ij}=\int_0^H E_\mathrm{w}I_\mathrm{w}\varphi_i''(x)\varphi_j''(x)\mathrm{d}x+K_\varphi\varphi_i'(x_1)\varphi_j'(x_1)\tag{38}$$

式中：$i=1,2,3,\cdots,n$；$j=1,2,3,\cdots,n$。

假定结构各阶固有模态阻尼比为 ξ_n，采用 Rayleigh 阻尼，则系数 a_0、a_1 为：

$$\begin{Bmatrix}a_0\\a_1\end{Bmatrix}=\frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i^2-\omega_j^2}\begin{pmatrix}\omega_j&-\omega_i\\-\dfrac{1}{\omega_j}&\dfrac{1}{\omega_i}\end{pmatrix}\begin{Bmatrix}\xi_i\\\xi_j\end{Bmatrix}\tag{39}$$

此时，结构的固有阻尼矩阵为：

$$C_{s_{ij}}=C_{M_{ij}}+C_{K_{ij}}\tag{40}$$

式中：$C_{M_{ij}}=a_0M_{ij}$；$C_{K_{ij}}=a_1K_{ij}$。

结构的附加阻尼矩阵为：

$$C_{d_{ij}}=K_C\varphi_i'(x_1)\varphi_j'(x_1)\tag{41}$$

则结构的总阻尼矩阵为：

$$C_{ij}=C_{\mathrm{s}_{ij}}+C_{\mathrm{d}_{ij}}=a_0M_{ij}+a_1K_{ij}+K_\mathrm{C}\varphi_i'(x_1)\varphi_j'(x_1),\quad i=1,2,3,\cdots,n,\ j=1,2,3,\cdots,n\tag{42}$$

由式(37)~式(42)可得结构多自由度模型的自由振动方程为：

$$\bar{M}\ddot{\bar{q}}(t)+(\bar{C}_\mathrm{s}+\bar{C}_\mathrm{d})\dot{\bar{q}}(\mathrm{t})+\bar{K}\bar{q}(\mathrm{t})=0\tag{43}$$

1.4 多自由度模型在地震波作用下的强迫振动

设地震动的加速度为 $a_g(t)$，则地震动作用下结构惯性力所作的虚功为：

$$\begin{aligned}&-\int_0^H\rho Aa_g(t)\delta w(x,t)\mathrm{d}x=-\rho A\int_0^H a_g(t)\varphi_i(x)\delta q(t)\mathrm{d}x=\\&-\rho Aa_g(t)\delta q(t)\int_0^H\varphi_i(x)\mathrm{d}x，\ i=1,2,3,\cdots,n\end{aligned}\tag{44}$$

定义：

$$L_i=\rho A\int_0^H\varphi_i(x)\mathrm{d}x\quad i=1,2,3,\cdots,n\tag{45}$$

最后由式(37)~式(45)可最终得到结构多自由度模型在地震波作用下的强迫振动方程为：

$$\bar{M}\ddot{\bar{q}}(t)+(\bar{C}_\mathrm{s}+\bar{C}_\mathrm{d})\dot{\bar{q}}(t)+\bar{K}\bar{q}(t)=-\bar{L}a_g(t)\tag{46}$$

其中，$\bar{M}$、$\bar{K}$、$\bar{C}_\mathrm{s}$、$\bar{C}_\mathrm{d}$、$\bar{L}$ 分别由式(37)~式(38)、式(40)~式(41)、式(45)表示。

1.5 有限元数值验证

以一典型带耗能减震层框架-核心筒平面结构为例，如图1(a)所示，结构的基本信息如下：

① 结构高度为H=253.2 m，宽度为$2l$=39 m；② 核心筒剪力墙宽度为$2c$=15 m，横截面面积为A=7.5 m^2，密度为ρ=2700 kg/m^3，截面不均匀系数为k=2.4，弹性模量为E_w=36 GPa，惯性矩为I_w=140.625 m^3；③ 减震层伸臂长度为b=12 m，高度为h=4.2 m；伸臂的上、下弦杆的弹性模量为E_b=206 GPa，惯性矩为I_b=1.004 m^3，剪切模量为G_d=79.23 GPa，剪切面积为A_d=0.1138 m^3；④ 框架柱的弹性模量为E_c=36 GPa，惯性矩为I_c=2281 m^3；⑤ 黏滞阻尼器的阻尼系数为c_d=100 MN·m/s，速度指数为α=1；⑥ 前两阶阻尼比为ξ_1=ξ_2=0.05。

采用 ETABS 软件建立有限元模型，如图 3 所示；建模时剪力墙采用壳单元，梁和柱采用框架单元，黏滞阻尼器采用 Damper 非线性连接单元。建立该结构的简化模型并推导其振动控制方程，采用 MATLAB 程序对振动方程式(1)~式(46)进行编程，为验证简化模型和振动方程的正确性，对比两种模型在 1940EI Centro 地震波作用下的时程反应结果。其中，1940EI Centro 地震波加速度峰值为 max(ELL)=341.7，步长为 d_t=0.02 s，持时为 z_b=2001。ETABS 和 MATLAB 所得结果对比见表 1，所得顶层位移、顶层加速度、基底剪力、阻尼器出力和变

形的时程反应曲线对比如图 4 所示。由表 1 可知，结构的前四阶周期、顶层位移、顶层加速度、基底剪力、阻尼器出力和变形等各项计算结果的误差均在 7%以内。从图 4 可以看出，两种软件所得时程反应曲线吻合良好。

表1　两种分析模型的结果对比

Table 1　Comparison of two analytical models

计算结果对比		ETABS	MATLAB	误差/(%)	计算结果对比		ETABS	MATLAB	误差/(%)
周期/s	T_1	6.1661	6.3276	2.55	基底剪力/kN	$+Q$	1213	1233	1.62
	T_2	1.1967	1.1558	–3.54		$-Q$	–782.4	–768.0	–1.88
	T_3	0.4145	0.4081	–1.57	阻尼器出力/kN	$+F_d$	907.3	948.8	4.37
	T_4	0.2248	0.2107	–6.69		$-F_d$	–842.5	–797.7	–5.62
位移/m	$+D$	0.1907	0.1991	4.22	阻尼器位移/mm	$+u_d$	6.275	6.162	–1.83
	$-D$	–0.2742	–0.2599	–5.50		$-u_d$	–4.501	–4.781	5.86
加速度/N/m^2	$+A$	1.209	1.1718	–3.17	—	—	—	—	—
	$-A$	–0.9931	–1.0365	4.19	—	—	—	—	—

注：偏差=(MATLAB-ETABS)/MATLAB*100%。

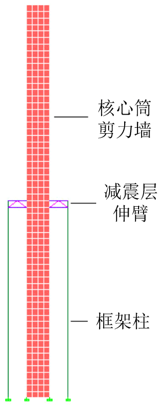
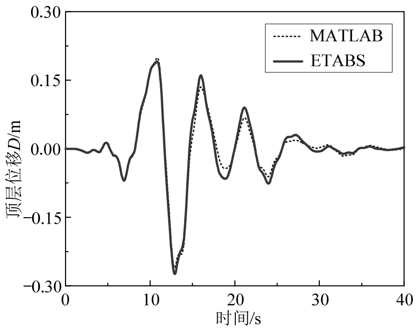
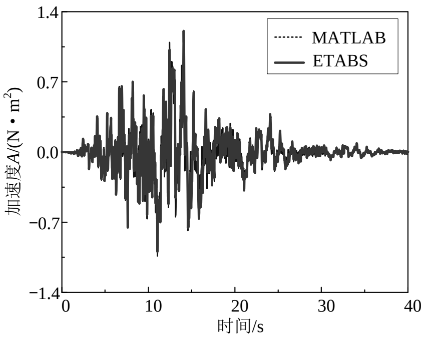


图3　有限元模型

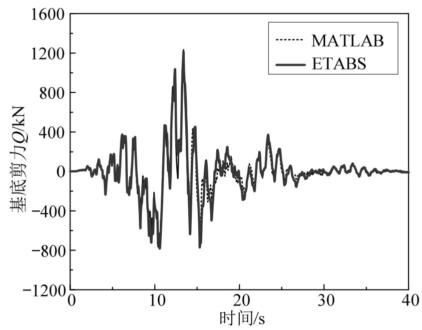
Fig.3　Finite element model of structure



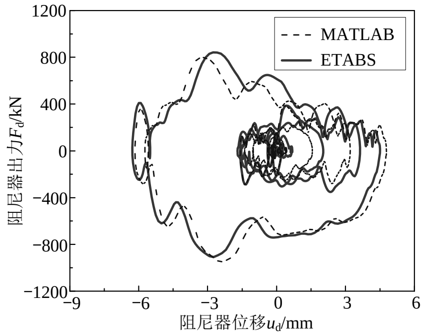
(a) 顶层位移



(b) 加速度对比



(c) 基底剪力



(d) 阻尼器力与变形滞回曲线

图 4 结构动力反应结果对比

Fig.4　Comparison of the structural dynamic responses

2　减震机理

2.1　耗能减震层的减震机理

对于带耗能减震层框架—核心筒结构，其动力振动方程为：

$$\bar{M}\ddot{\bar{q}}(t)+(\bar{C}_s+\bar{C}_d)\dot{\bar{q}}(t)+\bar{K}\bar{q}(t)=-\bar{L}a_g(t) \quad (46)$$

由图1(b)和式(38)、式(42)可知，带耗能减震层框架—核心筒结构相当于在减震层处施加一个抗转刚度弹簧和一个抗转阻尼弹簧，此时，刚度弹簧系数见式(9)，阻尼弹簧系数见式(20)。从式(20)的

附加阻尼的定义来看，由于系数$(h\cos\theta\mu)^2$的放大效应，结构的模态阻尼得到较显著的放大。

综上所述，可得带耗能减震层框架-核心筒结构的减震机理为：在核心筒与外框架柱间中设置耗能减震层，利用外框架柱的轴向拉压变形，增加核心筒的抗倾覆力矩，以提高核心筒的静力抗侧刚度；同时利用减震层中阻尼器的阻尼放大效应，以减小核心筒的动力反应，从而提高框架-核心筒结构的抗震性能。

2.2　耗能减震层的阻尼效应

由式(42)可知，减震层给结构提供的附加阻尼矩阵与转角振型函数在减震层处的取值相关，核心筒的转角固有振型如图 5 所示。由图 5 可知，对于不同的振型，当减震层布置在转角振型的波峰和波谷时(即转角敏感部位)，结构能获得较大的附加阻尼矩阵；当减震层布置在转角振型的平衡位置时，减震层对该阶振型的附加阻尼矩阵有失效的反应，从而削弱了减震层的阻尼作用。

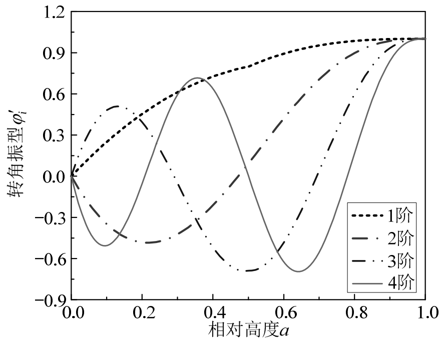


图 5　核心筒无阻尼转角振型

Fig.5　Mode without damping of tube

3　振型反应分析

3.1　复模态分析法

减震层在结构中每隔一定楼层布置一道，这样的布置原则会使带耗能减震层框架-核心筒结构体系成为非经典阻尼体系，其阻尼不满足正交条件，为了解决这类型体系中的非经典阻尼解耦问题，可利用状态空间理论，即使用复模态分析方法，求解结构各阶振型的阻尼比，从而使得振型叠加法能够继续使用。

建立一个新变量Z：

$$Z=\begin{vmatrix}\dot{u}\\ u\end{vmatrix} \tag{47}$$

那么式(47)改写为：

$$\begin{vmatrix}0 & M\\ M & C_\mathrm{s}+C_\mathrm{d}\end{vmatrix}\dot{Z}+\begin{vmatrix}-M & 0\\ 0 & K\end{vmatrix}Z=\begin{vmatrix}0\\ -\bar{L}a_g(t)\end{vmatrix} \tag{48}$$

记：
$$M^*=\begin{vmatrix}0 & M\\ M & C_\mathrm{s}+C_\mathrm{d}\end{vmatrix} \tag{49}$$

$$K^*=\begin{vmatrix}-M & 0\\ 0 & K\end{vmatrix} \tag{50}$$

由此可得广义特征值问题：

$$K^*V=-\mathrm{i}M^*V\boldsymbol{d} \tag{51}$$

式中，特征值矩阵$\boldsymbol{d}$为对角阵，满阵V的列是相应的特征向量，$\mathrm{i}=\sqrt{-1}$。此时，结构的阻尼比等于复数频率的实部与模的商。

对式(51)求解，可得到结构的2n个共轭成对复特征值为$d_1, d_2, \cdots, d_n, d_{n+1}, d_{n+2}, \cdots, d_{2n}$。$d_j$为结构体系的复频率，可表示为：

$$d_j=-\xi_{ej}\omega_{ej}+\mathrm{i}\sqrt{1-\xi^2{}_{ej}}\,\omega_{ej} \tag{52}$$

式中：ξ_{ej}为结构设计复模态阻尼比；ω_{ej}为复模态频率；$\mathrm{i}=\sqrt{-1}$。

由文献[9－10]可知，具有非经典阻尼的线弹性结构的某些振型可能会出现临界阻尼比大于1的过阻尼情况，当结构出现过阻尼现象时，对应出现过阻尼的某阶振型，由式(51)得到的该阶振型的特征值会出现成对的实数解。则假设某阶振型出现成对的实数解为：

$$s_n=-\alpha_n+\beta_n \tag{53}$$

$$\hat{s}_n=-\alpha_n-\beta_n \tag{54}$$

式中：$\alpha_n=\xi_n\omega_n$；$\beta_n=\hat{\omega}_n=\omega_n\sqrt{\xi_n^2-1}$。其中，$\omega_n$、$\xi_n$为结构无阻尼自振频率和相应的阻尼比。

在这里，自振频率ω_n和相应的阻尼比ξ_n可由一对实特征值s_n和$\hat{s}_n$求得，即：

$$\omega_n^2=s_n\cdot\hat{s}_n \tag{55}$$

$$2\xi\omega_n=-(s_n+\hat{s}_n) \tag{56}$$

3.2　复模态阻尼比

根据3.1节复模态阻尼比和自振频率的求解方法，研究减震层沿楼层从顶部依次往底部布置时，各阶振型的复模态阻尼比的变化规律。此时，减震层的阻尼器的阻尼系数取为c_d=100 MN·m/s，其他参数同1.5节，所得结构前四阶振型的无量纲复模态阻尼比与减震层布置高度的变化关系如图6所示，其中ξ_{i0}为减震层布置在结构底部即a=0时，第i阶振型的阻尼比。由图6可知，各阶振型的无量纲阻尼比随减震层相对高度的变化曲线呈波浪状，结合

式(20)和图5可得，减震层布置在转角振型大的地方，其无量纲复模态阻尼比就越大，减震层布置在转角振型为零的地方时，其无量纲复模态阻尼比就越小。从图6还可以看出，减震层布置在结构上部敏感部位时，阻尼比增大的比率更明显。对于实际工程影响较大的第一阶振型阻尼比，当减震层布置在a=0.3相对高度以上时，能获得较大的阻尼比。

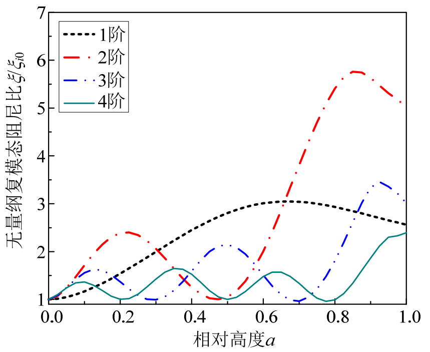
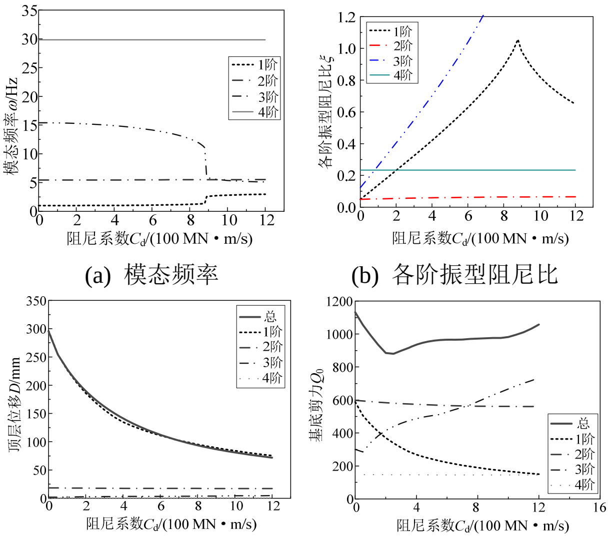


图 6　前四阶振型无量纲阻尼比与减震层布置位置的关系曲线

Fig.6　Curve of four modes dimensionless damping ratio versus EDS position

对减震层布置在结构中部和顶部两个位置情况下结构的动力特性和顶层位移、基底剪力随阻尼系数的变化规律进行分析。结构的复模态振动频率、模态阻尼比、各阶振型对应的顶层位移和基底剪力的峰值如图7和图8所示。从图7(a)和图8(a)可以看出，随着结构阻尼的增大，存在模态迁移现象，



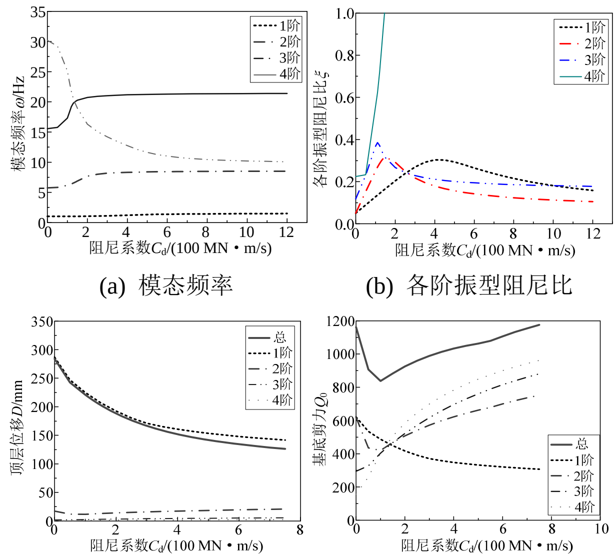
(a) 模态频率　(b) 各阶振型阻尼比

(c) 顶层位移　(d) 基底剪力

图7　a=0.5时模型的固有频率和振型阻尼比与阻尼系数的关系

Fig.7　Relations among natural frequency, modal damping ratio and damping coefficient in case of a=0.5

即高阶振型逐渐向其最接近的低阶振型转化，这种由于外部阻尼器的作用而产生的现象称为“频率转换”[11−13]。从图7(b)和图8(b)可以看出，出现频率转换的高阶振型，其模态阻尼比则表现为过阻尼现象，其复模态阻尼比将大于1(当阻尼比大于1时，其随后的阻尼比变化曲线不再绘制)。从图7(c)和图8(c)可知，对于超高层结构的顶层位移反应，第一阶振型的占绝对的主要贡献。从图7(d)和图8(d)可知，对于结构的基底剪力，前三阶振型的贡献占总反应的40%~60%，说明了结构的基底剪力要考虑高阶振型的影响。



(a) 模态频率　(b) 各阶振型阻尼比

(c) 顶层位移　(d) 基底剪力

图8　a=1.0时模型的固有频率和振型阻尼比与阻尼系数的关系

Fig.8　Relations among natural frequency, modal damping ratio and damping coefficient in case of a=1.0

4　结论

提出带耗能减震层框架-核心筒结构的简化模型，推导了该模型在地震波作用下的振动控制方程，并利用有限元方法进行了验证，初步结论如下：

(1) 耗能减震层的效果相当于在减震层位置处施加了一个抗转刚度弹簧和抗转阻尼弹簧，既有利于提高结构的抗侧刚度又能增加结构的阻尼，从而提高框架-核心筒结构的抗震性能。

(2) 提出的简化模型能够近似模拟带耗能减震层框架-核心筒结构的受力和变形性能，计算结果吻合良好。

(3) 基于假定振型法的计算公式能够快速确定减震层在各阶振型下的优化布置位置及其减震

效果。

(4) 基于简化模型优化设计的复模态阻尼比及阻尼器的优化阻尼系数可以为该类结构的初步设计提供参考。

参考文献：

[1] 周云，邓雪松，吴从晓. 高层建筑耗能减震新体系概念与实现[J]. 工程抗震与加固改造, 2007, 29(6): 1－9.
Zhou Yun, Deng Xuesong, Wu Congxiao. The concept and realization of the new systems of tall building with dissipated devices [J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2007, 29(6): 1－9. (in Chinese)

[2] 丁鲲，周云，邓雪松. 框架-核心筒结构耗能减震层的减震效果分析[J]. 工程抗震与加固改造，2007，29(3): 35－40.
Ding Kun, Zhou Yun, Deng Xuesong. Seismic analysis on frame-core wall structure with energy-dissipation story [J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2007, 29(3): 35－40. (in Chinese)

[3] 丁鲲，周云，邓雪松. 带加强层和粘滞耗能减震层的超高层结构地震反应对比分析[J]. 工程抗震与加固改, 2009, 31(1): 35－43.
Ding Kun, Zhou Yun, Deng Xuesong. Seismic response analysis of super high-rise structure with strengthened story and viscous seismic energy dissipation story [J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2009, 31(1): 35－43. (in Chinese)

[4] 汪大洋，周云，王绍合. 耗能减振层对某超高层结构的减振控制研究[J]. 振动与冲击, 2011, 30(2): 85－92.
Wang Dayang, Zhou Yun, Wang Shaohe. Vibration reduction for a super-high structure with energy dissipation story [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(2): 85－92. (in Chinese)

[5] 林绍明，周云，邓雪松. 带黏滞减震层高层结构的优化分析[J]. 土木工程学报, 2013, 46(10): 71－81.
Lin Shaoming, Zhou Yun, Deng Xuesong. Optimization analysis for high-rise structure with viscous energy-dissipation story [J]. China Civil Engineering Journal, 2013, 46(10): 71－81. (in Chinese)

[6] Hoenderkamp J C D, Snijder H H. Preliminary analysis of high-rise braced frames with facade riggers [J]. Journal of Structural Engineering, 2003, 129(5): 640－647.

[7] Hoenderkamp J C D, Bakker M C M. Analysis of high-rise braced frames with outriggers [J]. The Structural Design of Tall and Special Buildings, 2003(12): 335－350.

[8] 林绍明，周云，邓雪松，等. 带加强层框架-核心筒结构中单伸臂桁架刚度比的合理取值[J]. 振动与冲击, 2013, 32(15): 63－70.
Lin Shaoming, Zhou Yun, Deng Xuesong, et al. Rational stiffness of single outrigger trusses in frame-core structure [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(15): 63－70. (in Chinese)

[9] 周锡元，马东辉，俞瑞芳. 工程结构中的阻尼与复振型地震响应的完全平方组合[J]. 土木工程学报，2005, 38(1): 31－39.
Zhou Xiyuan, Ma Donghui, Yu Ruifang. Damping in structures and complete quadratic combination (CCQC) of complex mode seismic responses [J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(1): 31－39. (in Chinese)

[10] 周锡元，俞瑞芳. 非比例阻尼线性体系基于规范反应谱的 CCQC 法[J]. 工程力学, 2006, 23(2): 10－17.
Zhou Xiyuan, Yu Ruifang. CCQC method for seismic response of non-classically damped linear system based on code response spectra [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(2): 10－17. (in Chinese)

[11] Chen Y, McFarland D M, Wang Z, et al. Analysis of tall buildings with damped outriggers [J]. Journal of Structural Engineering, 2010, 136(11): 1435－1443.

[12] 梁栋，陈顺伟，孔丹丹，等. 索梁动力耦合对非线性拉索阻尼器减振效果的影响分析[J]. 工程力学，2012, 29(9): 237－244.
Liang Dong, Chen Shunwei, Kong Dandan, et al. Effects of coupling vibration between girder and cable on performance of nonlinear cable dampers for cable-stayed bridges [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(9): 237－244. (in Chinese)

[13] Chen Zhengqing, Wang Zhihao. A novel passive energy dissipation system for frame core tube structure [C]. Taibei: The Seventh Asia-Pacific Conference on Wind Engineering, 2009: 8－12.