文章编号: 1000-4750(2016)Suppl-0275-08

# 微动接触状态对锆合金磨损速率影响的 数值计算与分析

赵杰江<sup>1</sup>, 尹 东<sup>1</sup>, 唐力晨<sup>1,2</sup>, 钱 浩<sup>2</sup>, 霍永忠<sup>1</sup>

(1. 复旦大学航空航天系,上海 200433; 2. 上海核工程研究设计院,上海 200233)

**摘** 要:基于二维柱面-平面模型的有限元接触分析,发现接触状态由部分滑移转变为整体滑移的临界应变载荷幅 值与法向力近似成正比。采用 Archard 模型以及多层节点更新方法,利用有限元二次开发数值模拟锆合金的微动 磨损。发现锆合金的磨损速率随应变载荷幅值增加而增加,在部分滑移状态下增长缓慢,在整体滑移状态下快速 增长。在整体滑移状态下,磨损速率随法向力增加先增加后减小;在部分滑移状态下,磨损速率随法向力增加缓 慢减小。

关键词: 锆合金; 微动磨损; Archard 模型; 多层节点更新方法; 有限元二次开发; 应变载荷幅值; 法向力 中图分类号: TH117.1 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.06.S036

# NUMERICAL CALCULATION AND ANALYSIS OF THE EFFECT OF FRETTING CONTACT CONDITIONS ON THE WEAR RATE OF ZIRCALOY

ZHAO Jie-jiang<sup>1</sup>, YIN Dong<sup>1</sup>, TANG Li-chen<sup>1,2</sup>, QIAN Hao<sup>2</sup>, HUO Yong-zhong<sup>1</sup>

Department of Aeronautics and Astronautics, Fudan University, Shanghai 200433, China;
 Shanghai Nuclear Engineering Research and Design Institute, Shanghai 200233, China)

**Abstract:** The finite element contact analysis on two-dimensional cylinder-flat models was conducted. The results indicate that the critical amplitude of strain load transforming partial slip condition into gross slip condition is approximately proportional to the normal force. The fretting wear of zircaloy was simulated by secondary development of finite element based on Archard model and multilayer nodes update method. It is discovered that the wear rate of zircaloy increases rapidly under gross slip condition and increases slowly under partial slip condition with the increase of amplitude of strain load. The wear rate firstly increases and then decreases as the normal force under gross slip condition increases. Under partial slip condition, the wear rate decreases slowly with the increase of normal force.

**Key words:** zircaloy; fretting wear; Archard model; multilayer nodes update method; secondary development of finite element; amplitude of strain load; normal force

收稿日期: 2015-06-01; 修改日期: 2016-01-20

基金项目:国家自然科学基金项目(11272092);上海市科技人才计划项目(14R21421500)

通讯作者: 霍永忠(1962-), 男,四川成都人,教授,博士,从事固体力学研究(E-mail: yzhuo@fudan.edu.cn).

作者简介:赵杰江(1988-),男,浙江绍兴人,博士生,从事固体力学研究(E-mail: 13110290012@fudan.edu.cn);

尹 东(1988-), 男, 江苏泰州人, 硕士生, 从事固体力学研究(E-mail: 12210290009@fudan.edu.cn);

唐力晨(1985-), 男, 浙江湖州人, 博士, 从事固体力学研究(E-mail: tanglichen@snerdi.com.cn);

钱 浩(1982-),男,上海人,高工,硕士生,从事反应堆结构力学工作(E-mail: qianhao@snerdi.com.cn).

微动是两个接触表面微米量级振幅的运动,通 常发生在一个振动环境下紧配合或者近似紧配合 的接触表面<sup>[1]</sup>。微动会导致接触面间的表面磨损, 使得构件的原始尺寸发生变化。

不同接触状态下的微动试验研究开展得比较 多。Vingsbo等<sup>[2]</sup>试验中发现在部分滑移状态下磨损 速率小,在整体滑移状态下磨损速率随滑移幅值快 速增加。刘捍卫等<sup>[3]</sup>在高温试验下研究了不锈钢部 分滑移区和滑移区的微动磨损特性。Hager等<sup>[4]</sup>的试 验发现在混合区有效磨损量随着法向力的增大而 减小。Chowdhury等<sup>[5]</sup>试验发现整体滑移状态下磨 损速率随法向力的增加而增加。唐力晨等<sup>[6-7]</sup>在锆 合金包壳管的微动疲劳实验中也关注了在整体滑 移状态下的磨损形貌、体积、深度等特性。

关于微动磨损的数值计算近年来也是开展得 比较广泛的,Archard模型<sup>[8]</sup>是在微动磨损计算方面 被广泛采用的模型。Liu等<sup>[9]</sup>采用Archard模型数值 分析平面-平面接触问题的微动磨损。McColl等<sup>[10]</sup> 通过有限元数值模拟研究高强度钢的微动磨损性 能。Madge等<sup>[11]</sup>在数值模拟分析钛铝合金微动疲劳 寿命时,发现在整体滑移状态下微动磨损对微动疲 劳有重要影响。Tang等<sup>[12]</sup>建立二维平面-柱面接触 模型以及三维的复杂接触模型,通过有限元数值模 拟锆合金的微动磨损行为,实现了大深度微动磨损 计算。试验中已发现了影响微动的因素众多,在部 分滑移以及整体滑移状态下的磨损性能存在差别, 文献[12]中尚未对影响微动的加载条件做出细致讨 论,也没有对部分滑移状态下的磨损特性做出分 析。

本文针对微动疲劳试验中的表面磨损问题,建 立二维柱面-平面接触副模型计算分析锆合金的微 动磨损行为。为了便于数值计算,忽略磨削影响且 不考虑塑性变形。重点关注部分滑移以及整体滑移 状态下的锆合金微动磨损性质。通过初始状态下的 有限元接触分析,找到不同法向力下接触状态由部 分滑移转变为整体滑移的临界应变载荷幅值。采用 Archard公式以及多层节点更新方法,通过有限元二 次开发模拟锆合金的微动磨损,重点考察应变载荷 幅值以及法向力变化对磨损速率的影响。

### 1 微动磨损的数值计算方法与模型

#### 1.1 数值计算方法

Archard 模型假设磨损体积的变化率 V 与功率

W 成正比:

$$\dot{V} = K\dot{W} \tag{1}$$

其中,常数 K 称为磨损系数,可由微动磨损试验获 得,关于功率 W 的计算本文采用 Fouvry 等<sup>[13]</sup>的观 点,看成是表面摩擦力的功率。在有限元计算模拟 中<sup>[12]</sup>用表面每一个节点的剪切摩擦力代替试验直 接测量的总摩擦力来分别计算每一个节点处的磨 损深度:

$$\frac{\mathrm{d}h_i}{\mathrm{d}N} = K \sum_{j=1}^t \tau_i^j (\delta_i^j - \delta_i^{j-1}) \tag{2}$$

其中:  $\frac{dh_i}{dN}$ 是节点*i*处一个循环内的磨损深度; *t*为有限元计算中一个循环所分的时间步数;  $\tau_i^j$ 为节点 *i*处第 *j*个时间步的剪切摩擦力;  $\delta_i^j$ 为节点*i*处第 *j* 个时间步的滑移距离。一个循环内的磨损体积由下 面的公式计算:

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}N} = K \sum_{i} b_{i} \sum_{j=1}^{t} \tau_{i}^{j} (\delta_{i}^{j} - \delta_{i}^{j-1}) \qquad (3)$$

其中, b; 为节点i处的单元宽度。

当磨损深度超过一个单元时,有限元计算会出 现单元错误,此时就需要一些技术手段来实现大深 度微动磨损的计算。本文作者提出的基于多层节点 更新的大深度磨损计算方法<sup>[12]</sup>,可以实现较高的计 算效率和较好的收敛性。其基本思想是:除了表面 节点外,构型内部的一部分节点也按照一定的规则 进行移动。

为了提高计算效率,实际计算中采取加速计算 的方法,这种方法设定一个常数Δh<sub>c</sub>称为特征深度 来限制一次计算中最大磨损深度,使得所有节点在 一次计算中产生的磨损深度都小于Δh<sub>c</sub>。第 *j*次计 算循环次数为:

$$\Delta N_j = \frac{\Delta h_c}{\Delta h_{j,\max}} \tag{4}$$

其中: Δh<sub>j,max</sub> 为当前构形下一次微动循环作用后, 所有表面节点中最大磨损深度; Δh<sub>c</sub> 的选择要跟实 际模型结合起来,一般与单元尺寸、接触表面曲率 等参数有关。要选择一个较合理的值,在保证计算 收敛前提下,尽可能提高计算效率。

微动磨损计算的具体流程如图 1 所示: 1) 在 ABAQUS 软件中建立有限元模型。2) 将有限元模 型保存为 INP 格式,这种格式的文件保留了有限元 所有的节点、单元信息,以及材料参数和边角条件 信息,能够直接使用 ABAQUS 的求解器求解模型 建立完成后进行有限元分析。3)调用 ABAQUS 的 求解器求解 INP 文件,求解完成后结果保存到 DAT 文件中。4)读取 INP 文件以及 DAT 文件,获得接 触表面节点的坐标、接触正压力、剪切力、滑移量 等信息。5)根据基础计算结果,通过基于 Archard 模型的自编程序计算接触表面的每个节点单次循 环的磨损深度,基于多层节点更新原理,计算内部 节点单次循环的下移量,根据特征深度以及单次循 环所有节点中的最大磨损深度,计算加速次数。6) 统计微动循环次数,判断是否达到预设循环次数。6) 统计微动循环次数,判断是否达到预设循环次数。7)若步骤 6)的判断结果是 NO,则根据步骤 4)计算 出的磨损深度更新 INP 文件中的节点坐标,继续步 骤 1)~6)操作;若步骤 6)的判断结果是 YES,则结 束计算输出结果。



#### 1.2 二维柱面-平面接触副模型

基于微动疲劳试验模型建立了二维柱面-平面 接触副有限元模型(如图 2(a)所示)。构件材料为锆 合金,压头材料为不锈钢,具体材料参数如表1所 示。构件的长度为170 mm,厚度为0.7 mm,压头 高度为5 mm,宽度为10 mm,压头底面的圆弧半 径为70 mm,压头初始位置到构件左端距离为 85 mm。在构件与压头接触区域附近进行网格加密, 如图 2(b)所示,加密处的网格尺寸为 20 µm×10 µm。压头和构件之间的摩擦系数<sup>[7]</sup>为 0.6,磨损系数采用文献[7]中的参数。压头两端约 束 x 方向位移,构件的左端约束 x 方向位移,构件 的下端施加对称边界条件。压头在侧向力 P 的作用 下压紧在片状样品上,然后在样品的一端施加周期 性的应变载荷,造成样品和压头接触的区域产生微 动。具体的加载情况如图3所示。



(b) 网格划分与局部加密图 2 微动磨损计算模型与网格划分情况Fig.2 Fretting wear calculation FEM model and mesh



材料	弹性模量 E/GPa	泊松比ν
锆合金	96	0.43
不锈钢	205	0.3

## 2 数值计算结果与分析

#### 2.1 接触力分析

Hertz 接触对于二维的柱面-平面接触问题给出 了接触表面正压力分布的解析表达式:

$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$$
(5)

其 中 : 
$$a = \left(\frac{4PR}{\pi E^*}\right)^{1/2}$$
 ;  $p_0 = \left(\frac{PE^*}{\pi R}\right)^{1/2}$  ,

$$E^* = \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2}\right)^{-1}, \ R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1}, \ E_1 \cdot E_2$$

是两种接触材料的弹性模量, v<sub>1</sub>、v<sub>2</sub>为两接触材料的泊松比, R<sub>1</sub>、R<sub>2</sub>为两接触材料的曲率半径。将 压头上的压力设为 200 N/mm,将有限元计算得到 的正压力分布与 Hertz 接触理论计算得到的结果进 行对比,如图 4 所示,可以看到在这种网格划分下 有限元计算的接触压力是比较准确的。





#### 2.2 部分滑移加载条件与整体滑移加载条件区分

构件右端施加应变载荷,由于法向力的作用, 存在一个最大静摩擦力,当接触区域所受的水平的 拉力或压力不足以克服这个最大静摩擦力时,接触 区域就会出现粘着区域,一般在接触压力比较大或 者施加的应变载荷较小时,会有粘着区域的出现。 图 5 描述了在法向力 20 MPa 条件下接触表面的接 触压力(图 5(a));剪切摩擦力(图 5(b));剪切摩擦力 与正压力比值在接触表面的分布(图 5(c))。可以看 出当应变载荷从 0.06% 增加到 0.1% 的过程中,接 触压力没有明显变化,而表面剪切摩擦力发生了明 显的变化。在应变载荷为 0.06% 和 0.08% 时,接触 表面有一部分区域的剪切摩擦力与正压力的比值小





于摩擦系数,说明这部分区域处于静摩擦状态,进 而判定这部分区域处于粘着状态,这种接触状态称 为部分滑移。而应变载荷为0.1%时,整个接触区 域的剪切力比正压力的比值都等于摩擦系数,说明 此时整个接触区域都处于滑移状态,这种接触状态 称为整体滑移。

固定法向力,使得应变载荷从较小的值逐渐增加,找到临界的应变载荷幅值,当应变载荷幅值小于此临界值时接触区域的接触状态为部分滑移,当 应变载荷幅值大于此临界值时,整个接触区域处于 滑移状态。改变法向力 P,则可以找到不同的临界 应变载荷幅值。这样可以在法向力-应变载荷幅值空 间中,找到一条分界线,一侧是接触状态为部分滑 移的加载条件,另一侧是接触状态为整体滑移的加 载条件,处于分界线上的点称为临界加载条件。如 图 6 所示,临界加载条件近似满足如下线性关系:

$$\frac{\mu P}{G} = \alpha \varepsilon_a \tag{6}$$

其中:  $G = E / (2(1+\nu))$ 为锆合金的剪切模量;  $\mu$ 为 摩擦系数;  $\alpha > 0$ 为拟合系数。根据 1.2 节中给出的 相关参数,可得 $\alpha \approx 0.3868$ 。



#### 2.3 磨损形貌与体积分析

图 7(a)显示了,法向力为 18 MPa、应变载荷幅 值为 0.14%加载条件下,不同循环次数下构件表面 的磨损形貌。从式(6)可以知道,法向力 18 MPa 时 的临界应变载荷幅值为 0.083%,因此应变载荷幅值 为 0.14%时接触状态为整体滑移。构件表面的磨损 形貌与构件表面的剪切摩擦力的分布形貌比较相 似,在靠近接触中心处磨损深度较深,远离接触中 心磨损深度较小,这与文献[12]中的计算结果类似。 随着循环次数的增加,最大的磨损深度以及磨损宽 度都在显著的增加,当循环次数达到约 5 万次时, 最大的磨损深度达到了约 30 μm。

图 7(b)显示了法向力 18 MPa 应变载荷幅值 0.08%加载条件下构件表面的磨损形貌随着循环次 数的变化,此时的接触状态为部分滑移。从图中可 以发现磨损形貌与部分滑移状态下的剪切摩擦力 的分布形貌相似,最大磨损深度偏离接触中心出现 在接触中心右端,随着循环次数的增加,最大磨损 深度增加,磨损宽度没有显著增加,当循环次数达 到约5万次时,最大磨损深度略大于1µm。







图 8 比较了法向力 18 MPa 不同应变载荷幅值 下的磨损体积随循环次数变化情况,可以发现整体 滑移状态下(应变载荷幅值 0.14%、0.1%)的磨损体 积变化率远大于部分滑移状态下(应变载荷幅值 0.08%、0.06%)的磨损体积变化率。



图 8 不同加载条件下的磨损体积随微动循环次数的变化 Fig.8 Wear volume changed with fretting number under different load conditions

#### 2.4 应变载荷幅值变化对磨损速率的影响

固定法向力 20 MPa,此时整体滑移与部分滑移 分界的临界应变载荷幅值为 0.092%。改变应变载荷 幅值,构件表面的体积磨损速率(磨损体积变化率) 变化如图 9 所示,部分滑移下的磨损速率明显小于 整体滑移状态下的磨损速率,在部分滑移状态下磨 损速率随应变载荷幅值的增加变化不明显,普遍处 于较低值,在整体滑移状态下,磨损速率随着应变 载荷幅值的增加显著增加,这与文献[4]中的试验结 果吻合。

图 10(a)显示了不同应变载荷幅值下的接触表 面的剪切摩擦力分布,可以看到,存在粘着区时 (*ε*<sub>a</sub> = 0.08%、0.09%),粘着区的剪切摩擦力比起整 体滑移状态( $\varepsilon_a = 0.1\% \sim 0.15\%$ )有所降低,由于法向力相同,剪切摩擦力的幅值随应变载荷幅值的变化不明显。图 10(b)显示了不同应变载荷幅值下的接触表面的相对滑移量的分布,随着应变载荷幅值的增加相对滑移量在增加,同样发现在部分滑移状态下( $\varepsilon_a = 0.08\%$ ,0.09%)的滑移量远小于整体滑移状态下( $\varepsilon_a = 0.1\% \sim 0.15\%$ )的滑移量。

图 11(a)具体考察了应变载荷幅值对接触中心 点的剪切摩擦力以及滑移距离的影响,部分滑移状 态下,接触中心点的剪切摩擦力随应变载荷幅值的 增加而增加,但增加幅值并不大,在整体滑移状态 下,接触中心点的剪切摩擦力随应变载荷幅值变化 不明显。滑移距离随着应变载荷幅值的增加而增 加,在部分滑移状态下滑移距离随应变载荷幅值的 增加变化不明显,普遍处于较低值,在整体滑移状 态下,滑移距离随着应变载荷幅值的增加显著增 加。图 11(b)显示了接触中心点的剪切摩擦力与滑移 距离的乘积随应变载荷幅值的变化关系,它与图 9 中磨损速率随应变载荷幅值的变化趋势一致。



(a) 不同应变载荷下的剪切摩擦力分布

-0.2 0.0 0.2

磨损宽度/mm

0.4

0.6 0.8

-20

-0.8

-0.6 - 0.4









Fig.11 Shear force, slip distance and product of shear force and slip distance with strain amplitude in contact area

#### 2.5 法向力变化对磨损速率的影响

固定应变载荷幅值,改变法向力大小,改变法向力,考察法向力对磨损速率的影响。图 12 显示 了应变载荷幅值分别固定为0.12%、0.14%与0.16%时的磨损速率随法向力的变化关系,图中  $P_{m1}=10$  MPa ,  $P_{m2}=12$  MPa ,  $P_{m3}=14$  MPa ,  $P_{c1}=25.97$  MPa,  $P_{c2}=30.30$  MPa,  $P_{c3}=34.63$  MPa。 从图 12 可以发现在应变载荷幅值固定时,磨损速 率随着法向力的变化趋势可分为三个区域(以应变 载荷幅值 0.14% 为例): 1)  $P < P_{m2}$ ,此时接触状态 为整体滑移,磨损速率随着法向力的增大而增大, 这与文献[5]的试验结果吻合以及文献[10]的计算结 果一致; 2)  $P_{m2} < P < P_{c2}$ ,此时接触状态为整体滑 移,磨损速率随着法向力的增加而大幅下降; 3)  $P > P_{c2}$ ,此时接触状态为部分滑移,磨损速率已经 降得很低,磨损速率随法向力的增加缓慢减小。区 域 2)、区域 3)的变化趋势与文献[4]的试验结果吻合。



图 13(a)~图 13(b)具体考察应变载荷幅值固定 为0.14%时,法向力的增加对接触面的剪切摩擦力 以及滑移距离的影响。在整体滑移状态下 (P=4 MPa~30 MPa),接触表面的剪切摩擦力随着法 向力的增加而增加,当法向力大于 30.3 MPa 时,接 触状态为部分滑移,在部分滑移的区域,剪切摩擦 力随着法向力的增加而减小,而在处于滑移状态的 区域,剪切摩擦力仍然随着法向力的增加而增加。 同时法向力的增加又造成接触表面的相对滑移距 离的减小,处于部分滑移状态下(P=34 MPa~40 MPa) 的滑移距离远小于处于整体滑移状态(P=4 MPa~ 20 MPa)下的滑移距离。







选取接触中心点,考察应变载荷幅值固定为 0.14%时,法向力对剪切摩擦力与滑移距离的具体 影响,如图 14(a)所示,接触中心的剪切摩擦力随着 法向力的增加呈现近似线性增加的趋势,当法向力 增加到 38 MPa 时,又转而下降,这是由于它开始 进入粘着状态。当法向力从 4 MPa 增加到 Pm,时, 剪切摩擦力增加了超过1倍,而滑移距离减小了约 30%,在此段区域,剪切摩擦力的增加起主导作用, 因此磨损速率会随着法向力的增加而增加。当法向 力从18 MPa增加到40 MPa接触中心的剪切摩擦力 扩大了不到1倍。观察接触中心点的滑移距离随法 向力的变化关系可以发现,滑移距离随着法向力的 增加而减小,同时可以看到部分滑移状态的滑移距 离远小于整体滑移状态下的滑移距离,法向力从 18 MPa 增加到 40 MPa, 滑移距离减小了约 300 倍。 图 14(b)显示了接触中心点的剪切摩擦力与滑移距 离的乘积与法向力的关系,其变化趋势与图 12 中 磨损速率的变化趋势相似,也可以区分出三个相同 的区域。







## 3 结论

本文通过有限元数值模拟实现了整体滑移状态下大深度的微动磨损的计算,以及部分滑移状态下复杂应力分布时的磨损计算;通过有限元接触分析,发现了接触状态由部分滑移转变为整体滑移的临界应变载荷幅值与法向力近似成正比;锆合金的磨损速率随应变载荷幅值的增加而增加,在部分滑移状态下磨损速率很低且增长缓慢,在整体滑移状态下磨损速率快速增长;整体滑移状态下锆合金的磨损速率随法向力的增加先增加后减小,部分滑移状态下磨损速率随法向力的增加缓慢减小。

#### 参考文献:

- 周仲荣, Vincent L. 微动磨损[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 1-37, 183-210.
   Zhou Zhongrong, Vincent L. Fretting wear [M]. Beijing: Science Press, 2002: 1-37, 183-210. (in Chinese)
   Vingsho, Sadarbarg S. On fratting wears [II] Wear, 1008
- [2] Vingsbo, Soderberg S. On fretting wears [J]. Wear, 1998, 126: 131-147.
- [3] 刘捍卫, 邱绍宇, 朱旻昊, 等. 1Cr13 不锈钢部分滑移 区和滑移区的高温微动磨损特性[J]. 核动力工程,

2005, 26(4): 393-396.

Liu Hanwei, QiuShaoyu, Zhu Minhao, et al. Fretting wear characteristics of 1Cr13 stainless steel under the condition of partial slip and globle slip in high temperature [J]. Nuclear Power Engineering, 2005, 26(4): 393–396. (in Chinese)

- [4] Hager J C, Sanders J H, Sharma S. Characterization of mixed and gross slip fretting wear regimes in Ti6Al4V interfaces at room temperature [J]. Wear, 2004, 257(1): 167-180.
- [5] Chowdhury M A, Maksud H M. The effect of frequency of vibration and humidity on the wear rate [J]. Wear, 2007, 262(1): 198–203.
- [6] Tang L C, Ding S R, Qian H, et al. Fretting fatigue tests and crack initiation analysis on zircaloy tube specimens [J]. International Journal of Fatigue , 2014, 63: 154–161.
- [7] 唐力晨. 锆合金包壳管微动损伤行为分析及数值模拟
  [D]. 上海: 复旦大学, 2012.
  Tang Lichen. Fretting damage behavior analysis and numerical simulation of the zirconium alloy cladding tube
  [D]. Shanghai: Fudan University, 2012. (in Chinese)
- [8] Archard J F. Contact and rubbing of flat surfaces [J]. Journal of Applied Physics, 1953, 24(8): 981-988.
- [9] Liu Y, Xu J Q, Mutoh Y. Evaluation of fretting wear based on the frictional work and cyclic saturation concepts [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2008, 50(5): 897–904.
- [10] McColl I R, Ding J, Leen S B. Finite element simulation and experimental validation of fretting wear [J]. Wear, 2004, 256(11): 1114-1127.
- [11] Madge J J, Leen S B, McColl I R, et al. Contact-evolution based prediction of fretting fatigue life: Effect of slip amplitude [J]. Wear, 2007, 262(9): 1159-1170.
- [12] Tang L C, Ding S R, Qian H, et al. A multilayer nodes update method in FEM simulation of large depth fretting wear [J]. Wear, 2013, 301(1): 483-490.
- [13] Fouvry S, Liskiewicz T, Kapsa P, et al. An energy description of wear mechanisms and its applications to oscillating sliding contacts [J]. Wear, 2003, 255(3): 287– 298.