

文章编号: 1000-4750(2010)04-0197-05

# 充气天线反射面结构的理论分析与精度预测

\*毛丽娜, 谭惠丰

(哈尔滨工业大学复合材料与结构研究所, 哈尔滨 150080)

**摘 要:** 针对充气天线反射面的结构特点, 运用无矩理论建立了充气反射面结构分析模型和力边界约束模型。推导出薄膜反射面结构位移和应力的通解以及在特定边界条件下的特解, 并通过具体算例对理论法与数值法的分析进行了比较。最后指出了初始几何构型为所设计的反射面结构时, 充气后反射面的精度估算方法。并且分析了充气天线结构中各个设计参数和使用条件对形面精度的影响, 为充气天线反射面结构的设计和优化提供依据。

**关键词:** 充气天线; 无矩理论; 形面精度; 边界约束模型; 精度预测

**中图分类号:** V214; V443<sup>+</sup>.4 **文献标识码:** A

## STRUCTURE ANALYSIS AND PRECISION EVALUATION OF INFLATABLE ANTENNA REFLECTOR

\*MAO Li-na, TAN Hui-feng

(Center for Composite Materials, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

**Abstract:** According to the characteristics of inflatable antenna, structures analysis model and force boundary condition model of the inflatable reflector are established based on membrane theory. General solution and particular solution for displacement and stress of the membrane reflector are deduced. A comparison between theoretical analysis and numerical analysis is carried out through an example. At last, the method to evaluate the precision of the solved surface for the inflatable reflector is proposed, when initial geometric configuration is the design shape of reflector structure. And the influences of design parameters and running conditions of inflatable structures on the precision of the solved surface are investigated.

**Key words:** inflatable antenna; surface precision; membrane theory; boundary control model; precision evaluation

随着通信、空间科学、地球观测等事业的迅猛发展, 对大型空间天线的需求变得越来越迫切, 天线的尺寸也越来越大。由于航天器运载舱空间有限, 大型航天结构必须设计成发射时可包装收藏, 而在轨可展开的结构。航天器的发射成本很高, 对有效荷载的体积和质量都有特定要求。因此, 空间充气展开结构是较好的选择之一。充气天线是以柔性薄膜材料制成的一种新型高精度空间结构, 它具有折叠体积小、展开体积大、质量轻、发射成本低

等优点<sup>[1]</sup>, 是实现空间结构大型化和轻量化的有效途径之一。

充气天线性能的优劣主要取决于其形面精度。美国 NASA 的 JPL、L'Garde 公司、LRC 实验室、欧空局、俄罗斯等都开展了相关研究。Jenkins C H<sup>[2]</sup> 和 Wilkes J M 等人运用 Karman 板理论对初始构型为平面的充气天线反射面进行了结构分析。Greschik<sup>[3-5]</sup>等, 对初始构型为曲面的充气天线反射面结构进行了理论分析, 得到了反射面的应力分布

收稿日期: 2008-11-05; 修改日期: 2009-05-07

基金项目: 新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-08-0150)

作者简介: \*毛丽娜(1981—), 女, 辽宁沈阳人, 博士生, 从事空间充气展开结构的优化设计研究(E-mail: maoln1023@hotmail.com);

谭惠丰(1969—), 男, 河北人, 教授, 博士, 博导, 从事空间展开结构工程力学以及柔性材料研究(E-mail: tanhf@hit.edu.cn).

规律。Naboulsi S<sup>[6]</sup>运用非线性有限元法对充气天线的几何特性进行了研究。充气天线在国内的研究较少,徐彦<sup>[7-8]</sup>运用有限元法进行反射面的形面精度分析,提出了形面调整方法并进行了实验验证。

已有的针对充气天线形面精度的研究主要集中在数值法与实验法,而理论研究却很有限。为研究充气天线的形面精度和结构特性,进行理论分析是必要的。针对薄膜反射面的特点,本文运用无矩理论对充气天线反射面进行结构分析,并提出精度的预测方法,为充气天线的反射面设计和优化提供依据。

### 1 充气天线的无矩理论分析模型

充气天线是由两片对称的抛物面型薄膜组成,呈双凸透镜状,讯号穿过上面的透明天棚,在下面的镀金属的反射面上反射并收集<sup>[9]</sup>。反射面薄膜非常薄不能承受弯矩和扭矩,薄膜只能通过改变自身的曲率并增大面内张力的方式来承受荷载。因此可以用无矩理论来建立反射面结构的分析模型。

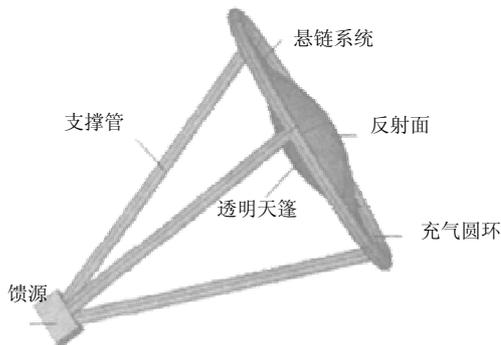


图1 充气天线结构组成<sup>[10]</sup>

Fig.1 Components of inflatable antenna

无矩理论假定整个薄壳的所有横截面上都没有弯矩和扭矩。抛物面型反射面可视为一个轴对称的封闭回转薄壳结构,如图2和图3所示。根据其结构特点,运用正交曲线坐标系建立模型的力学方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \alpha}(BN_1) - \frac{\partial B}{\partial \alpha}N_2 + \frac{\partial A}{\partial \beta}N_{12} + \frac{\partial}{\partial \beta}(AN_{12}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \beta}(AN_2) - \frac{\partial A}{\partial \beta}N_1 + \frac{\partial B}{\partial \alpha}N_{12} + \frac{\partial}{\partial \alpha}(BN_{12}) = 0 \\ \frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} = P \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $A$ 、 $B$  分别是曲线  $\alpha$ 、曲线  $\beta$  (经线和纬线) 方向的拉密系数;  $R_1$  和  $R_2$  分别是  $\alpha$  方向、 $\beta$  方向

的曲率半径,也是膜面的主曲率半径;  $N_1$  和  $N_2$  为膜面内沿经线和纬线方向的内力;  $N_{12}$  为剪力(因为剪力互等,所以这里剪力都用  $N_{12}$  表示);  $P$  为充气压力。内力  $N_1$ 、内力  $N_2$  和内力  $N_{12}$  满足:

$$N_1 = \sigma_1 t, \quad N_2 = \sigma_2 t, \quad N_{12} = \sigma_{12} t \quad (2)$$

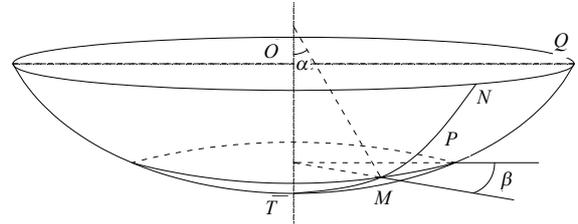


图2 抛物面曲线坐标示意图

Fig.2 Curvilinear coordinates of parabolic

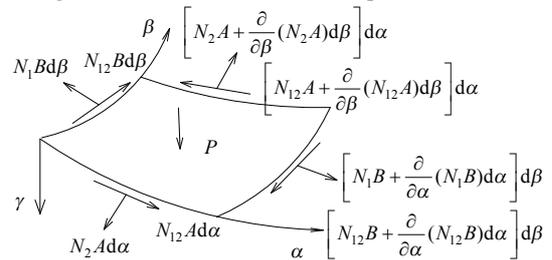


图3 膜片微元受力示意图

Fig.3 Membrane infinitesimal force diagram

内力与应变的关系可表示为:

$$\begin{cases} N_1 = \frac{Et}{1-\mu^2}(\epsilon_1 + \mu\epsilon_2) \\ N_2 = \frac{Et}{1-\mu^2}(\epsilon_2 + \mu\epsilon_1) \\ N_{12} = \frac{Et}{2(1-\mu)}\epsilon_{12} \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $E$  为弹性模量;  $t$  为薄膜厚度;  $\mu$  为泊松比;  $\epsilon_1$ 、 $\epsilon_2$ 、 $\epsilon_{12}$  分别为应变分量。

应变与位移的关系,可表示为:

$$\begin{cases} \epsilon_1 = \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{v}{AB} + \frac{w}{R_1} \\ \epsilon_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{u}{AB} + \frac{w}{R_2} \\ \epsilon_{12} = \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{u}{A} \right) + \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{v}{B} \right) \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $u$ 、 $v$ 、 $w$  分别为经向、纬向及法向的位移。

对于旋转抛物面,曲面的拉密系数有:

$$A = \frac{ds_1}{d\alpha} = R_1, \quad B = \frac{ds_2}{d\beta} = R_2 \sin \alpha \quad (5)$$

其中,  $ds_1$  和  $ds_2$  是  $\alpha$  方向、 $\beta$  方向的曲线微元。

反射面受充气压力作用的力学模型是一个轴

对称模型，所以其内力及位移都将是绕回转轴对称的。内力函数  $N_1$ 、 $N_2$  和  $N_{12}$  与  $\beta$  坐标无关，且  $N_{12}=0$ 、 $v=0$ 。外力荷载  $X=0$ 、 $Y=0$ 、 $Z=P$ 。则抛物面型充气反射面的平衡方程化简为：

$$\begin{cases} \frac{1}{R_1} \frac{\partial N_1}{\partial \alpha} + \frac{\cot \alpha}{R_2} (N_1 - N_2) = 0 \\ \frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} = P \end{cases} \quad (6)$$

由式(3)和式(4)消去应变分量，可得到位移与内力的关系式：

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + w = \frac{R_1}{Et} (N_1 - \mu N_2) \\ u \cot \alpha + w = \frac{R_2}{Et} (N_2 - \mu N_1) \end{cases} \quad (7)$$

由式(6)可以求解出经向和纬向的内力：

$$\begin{cases} N_1 = \frac{P}{R_2 \sin^2 \alpha} \int_0^\alpha R_2 \sin \alpha R_1 \cos \alpha d\alpha = \frac{PR_2}{2} \\ N_2 = PR_2 - \frac{PR_2^2}{2R_1} = \frac{PR_2}{2} \left( 2 - \frac{R_2}{R_1} \right) \end{cases} \quad (8)$$

由式(2)得经向和纬向的应力为：

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{PR_2}{2t} \\ \sigma_2 = \frac{PR_2}{2t} \left( 2 - \frac{R_2}{R_1} \right) \end{cases} \quad (9)$$

对于焦距为  $f$  的抛物面，方程为：

$$x^2 + z^2 = 4fy \quad (10)$$

根据曲面的微分几何可以求出  $R_1$  和  $R_2$  的表达式：

$$\begin{cases} R_1 = 2f \left( \sqrt{1 + (x/2f)^2} \right)^3 \\ R_2 = \sqrt{x^2 + (2f)^2} \end{cases} \quad (11)$$

代入式(9)，得到经向和纬向的应力分别为：

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{P}{2t} \sqrt{x^2 + (2f)^2} \\ \sigma_2 = \frac{P(2x^2 + (2f)^2)}{2t \sqrt{x^2 + (2f)^2}} \end{cases} \quad (12)$$

由式(7)、式(11)和式(12)可以解出经向和法向位移：

$$\begin{cases} u = \frac{Pf \cdot x}{3Et} [C\zeta^{-1} + (1-2\mu)\zeta^2 - 3] \\ w = \frac{2Pf^2}{3Et} [(5-\mu)\zeta^2 - C\zeta^{-1}] \end{cases} \quad (13)$$

其中： $C$  是由边界约束条件确定的待定常数；

$$\zeta = \sqrt{1 + (x/2f)^2}。$$

## 2 充气天线的力边界约束模型

抛物面充气天线，它的边界受水平向外的线拉力作用，如图4所示。则天篷对反射面的作用力对于  $A$  点来说就是  $N$  方向，与水平方向成  $\alpha_0$  角，所以列  $A$  点的平衡等式：

$$F = 2N \cos \alpha_0 \quad (14)$$

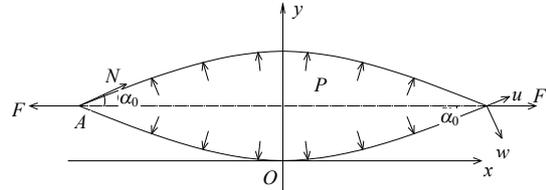


图4 边界约束示意图

Fig.4 Boundary condition

对于单个抛物面，天篷对反射面作用力的合力为气压与中心圆面的乘积，所以可以得到：

$$P \cdot \pi D^2 / 4 = \pi D \cdot N \sin \alpha_0 \quad (15)$$

$$\tan \alpha_0 = y' \Big|_{x=D/2} = D / 4f \quad (16)$$

由式(14)，式(15)和式(16)可得：

$$F = 2Pf \quad (17)$$

由约束条件可知，边界点只有水平方向的位移。并且有如下关系式：

$$\begin{cases} (w)_{\alpha=\alpha_0} = \tan \alpha_0 \\ (u)_{\alpha=\alpha_0} \end{cases} \quad (18)$$

对于口径为  $D$  的反射面有：

$$\begin{cases} (w)_{x=D/2} = \frac{D}{4f} \\ (u)_{x=D/2} \end{cases} \quad (19)$$

代入式(13)得：

$$C = (9-3\mu)\zeta_0 + (2\mu-1)\zeta_0^3 - 3/\zeta_0 \quad (20)$$

其中， $\zeta_0 = \sqrt{1 + (D/4f)^2}$ 。

根据无矩理论推导出的位移函数，式(13)和式(20)就可以确定抛物面充气天线反射面的形面精度。根据式(17)可以计算出边界约束力，为设计充气天线的支撑结构提供参考。

充气天线反射面的形面精度直接影响天线的性能。其形面精度可由反射面各点轴向位移的均方根误差来评价。其计算公式为：

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta y_i^2}{n}} \quad (21)$$

式中： $\Delta y_i$  为充气后反射面上各点的轴向位移； $n$  为数据点的总数。

### 3 算例分析

设充气天线的天棚和反射面是同一种材料制成且结构对称。口径为 3m, 焦距为 2.4m 的反射面,  $E=2.5\text{GPa}$ ,  $\mu=0.34$ ,  $t=25\mu\text{m}$ , 充气压力  $P=10\text{Pa}$ 。由式(21)可计算出天线的外边界线拉力  $F=48\text{N/m}$ 。同时运用理论分析模型和数值法对此实例进行分析。由抛物面结构的旋转对称性, 在数值分析中选取 1/12 进行分析(如图 5 所示)。分析结果如图 6 所示, 无矩理论和数值法分析得到的形面精度分别为 0.185mm 和 0.209mm。

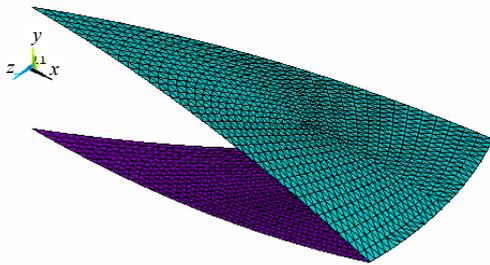


图5 有限元模型图  
Fig.5 Finite element modal

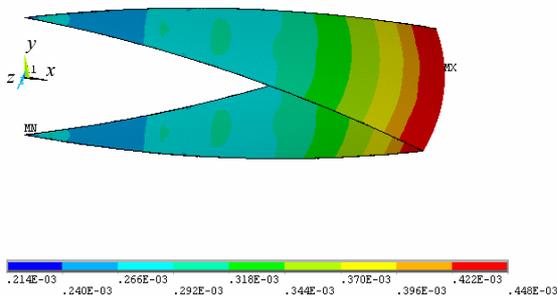


图6 位移图  
Fig.6 Total displacement

位移是轴对称的, 选取一条经线上的位移与无矩理论的分析结果相比较。图 7 是两种方法计算得到的经线位置和其轴向位移放大后的曲线图, 可以看出无矩理论的结果与有限元法的结果基本一致, 有限元法的分析结果略小于无矩理论的结果, 最大偏差为 0.012mm。图 8 是两种方法分析得出的经向和法向位移, 从图 8 中可以看出, 经向位移基本一致, 法向位移有极小的偏差, 最大偏差为 0.010mm。

与有限元法相比, 理论公式能直接反映充气天线与精度相关的各参数关系, 对于分析设计充气天线、减小系统误差提供理论依据。

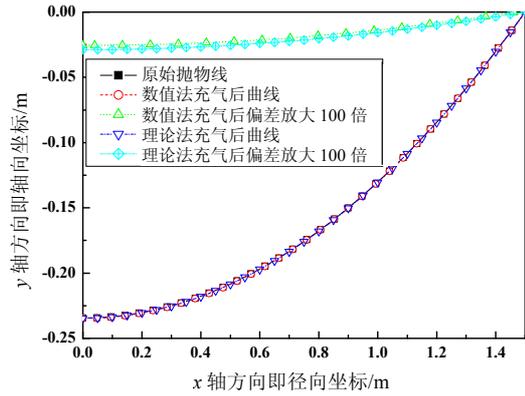


图7 变形前后经线位置与位移曲线

Fig.7 Displacement curves before and after deforming

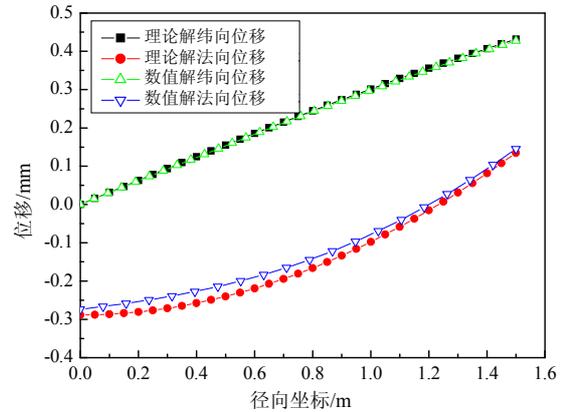


图8 解析解和有限元经向和法向位移图

Fig.8 Longitude and normal displacements of analytical and FE method

### 4 形面精度预测与其影响因素分析

充气天线反射面的精度与以下几个方面因素有关: 材料的弹性模量和材料厚度; 初始的几何构型; 充气压力; 边界约束条件。式(13)和式(20)建立了抛物面充气天线精度的分析模型, 由式(13)可以看出充气后反射面的法向和经向位移与充气压力大致成正比关系, 与弹性模量和材料厚度大致成反比关系。

边界约束条件对精度的影响较复杂, 在本文中, 设定边缘有均匀向外的拉力作用。而初始的几何构型是指充气前反射面的几何形状。本文中, 假设初始的模型为所设计的标准抛物面。表 1 给出了  $P=10\text{Pa}$ ,  $E=2.5\text{GPa}$ ,  $t=25\mu\text{m}$ ,  $f=2.4\text{m}$  时, 不同口径反射面的中心点和边缘点的位移和形面精度。位移随着天线口径的增加逐渐增大, 反射面精度也有所下降。

表1 不同口径反射面的位移和精度

Table 1 Displacements and RMS of different diameter

口径/m	1	3	5	7
中心点位移/mm	0.033	0.288	0.748	1.343
边缘点位移/mm	0.129	0.452	0.945	1.675
RMS/mm	0.024	0.209	0.537	0.953

表2给出了 $P=10\text{Pa}$ ,  $E=2.5\text{GPa}$ ,  $D=3\text{m}$ ,  $t=25\mu\text{m}$ 时, 不同焦距反射面的中心点和边缘点的位移和形面精度。位移随着焦距的增加而增大, 反射面精度有所降低但差距很小。

表2 不同焦距反射面的位移和精度

Table 2 Displacements and RMS of different focus

焦距/m	1	1.8	2.4	3
中心点位移/mm	0.244	0.280	0.288	0.293
边缘点位移/mm	0.306	0.378	0.452	0.533
RMS/mm	0.173	0.202	0.209	0.213

为提高充气天线的形面精度, 必须在设计时预先补偿充气后的反射面变形。本文建立的理论分析模型可以计算出所需补偿的位移值。

## 5 结论

本文运用无矩理论对抛物面充气天线反射面进行了结构分析, 建立了抛物面充气天线的力边界约束模型, 推导出反射面应力和位移的解析解, 通过具体算例对理论法与数值法的结果进行了对比。得到以下结论:

(1) 无矩理论分析模型可以应用于抛物面充气天线形面精度的分析中, 为设计满足需求的充气反射面天线提供依据。

(2) 本文建立的抛物面充气天线力边界约束模型可以帮助设计充气天线的支撑结构系统。

(3) 充气后反射面的位移与充气压力大致成正比, 与弹性模量和材料厚度大致成反比。随着天线口径和焦距的增大, 中心点和边缘点的位移都逐渐增大, 反射面精度降低。

(4) 为提高充气天线的形面精度, 需要在设计时补偿充气后的反射面形状变形。

## 参考文献:

[1] Davis Donald J, Agnes Gregory S. Environmental

- disturbance modeling for inflatable space structures [C]. 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Denver, Colorado: AIAA, 2002. AIAA-2002-1266.
- [2] Jenkins C H, Wilkes J M, Marker D K. Surface accuracy of precision membrane reflectors [J]. Journal of Solar Energy Engineering, Transactions of the ASME, 1998, 120(4): 298—305.
- [3] Greschik G, Mikulas M M, Palisoc A. Approximations and errors in pressurized axisymmetric membrane shape predictions [C]. Long Beach, CA, USA: AIAA, 1998. AIAA-98-2101.
- [4] Greschik G, Pallsoc A, Cassapakis C. Approximating paraboloids with axisymmetric pressurized membranes [C]. Long Beach, CA, USA: AIAA, 1998. AIAA-98-2102.
- [5] Greschik G, Mikulas M M, Palisoc A. Torus-less inflated membrane reflector with an exact parabolic center [J]. AIAA Journal, 2004, 42(12): 2579—2584.
- [6] Naboulsi S. Investigation of geometric imperfection in inflatable aerospace structures [J]. Journal of Aerospace Engineering, 2004, 17(3): 98—105.
- [7] 徐彦, 关富玲, 管瑜. 充气可展天线精度分析和形面调整[J]. 空间科学学报, 2006, 26(4): 292—297.  
Xu Yan, Guan Fuling, Guan Yu. Precision analysis and shape adjustment of inflatable antenna [J]. Chinese Journal of Space Science, 2006, 26(4): 292—297. (in Chinese)
- [8] 徐彦, 关富玲, 马燕红. 充气可展开天线的反射面设计及精度测量[J]. 浙江大学学报, 2007, 41(11): 1921—1926.  
Xu Yan, Guan Fuling, Ma Yanhong. Reflector design and precision measurement of inflatable antenna [J]. Journal of Zhejiang University, 2007, 41(11): 1921—1926. (in Chinese)
- [9] Gaspar James L. Test and analysis of an inflatable parabolic dish antenna [C]. 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Newport, Rhode Island: AIAA, 2006. AIAA-2006-1600.
- [10] 王长国, 杜星文, 万志敏. 空间充气天线反射器受冲击气体质量损失分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, 36(4): 507—509.  
Wang Changguo, Du Xingwen, Wan Zhimin. Internal gas mass loss analysis of inflatable space antenna reflector subjected to impact [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2006, 36(4): 507—509. (in Chinese)