文章编号: 1000-4750(2011)05-0013-08

模糊可靠度隶属函数求解的迭代线抽样法

*李璐祎,吕震宙

(西北工业大学航空学院,西安 710072)

摘 要:针对同时存在随机基本变量和模糊基本变量的结构,提出了一种模糊可靠度隶属函数求解的迭代线抽样 方法。所提方法首先求得给定隶属度水平下模糊基本变量的取值域。然后通过优化建模和迭代策略,求得使功能 函数取最值的模糊基本变量取值点,并求得对应的缩减后的随机变量空间内功能函数的设计点。最后基于功能函 数最值对应的模糊基本变量取值点及其相应的设计点,运用线抽样法求得给定隶属水平下可靠度值的上界、下界, 进而得到模糊可靠度的隶属函数。对于每个给定隶属度水平对应的模糊变量取值域,所提方法通过寻找功能函数 的最值代替寻找可靠度最值的策略,大大降低了计算量。另外,所提方法通过迭代过程保证功能函数最值对应的 设计点收敛于可靠度最值对应的设计点,并通过线抽样方法来求解相应的可靠度,可以保证算法具有较高的精度。 该文算例将对所提算法的优越性进行验证。

关键词:模糊可靠度;模糊基本变量;随机基本变量;隶属函数;线抽样方法 中图分类号:TB114.3 **文献标识码:**A

MEMBERSHIP FUNCTION OF FUZZY RELIABILITY ANALYSIS BY ITERATION BASED LINE SAMPLING

^{*}LI Lu-yi , LU Zhen-zhou

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: For structures with random variables as well as fuzzy variables, a new iteration method based Line Sampling (LS) is presented for obtaining the membership function of fuzzy reliability. The value domain of the fuzzy variables is firstly obtained by means of the given membership level. Then the values of the fuzzy variables which make the performance function take extreme values are obtained by optimization modeling and iterating strategy, and the corresponding design points of the performance function in the reduced random variables space are also obtained at the same time. At last, based on the values of the fuzzy variables and the design points corresponding to the extreme values of the performance function, LS is employed to obtain the bounds of the reliability under the given membership level, and then the membership function of the fuzzy reliability is obtained. For the value domain of the fuzzy variables corresponding to each given membership level, the presented method considerably decreases computational effort by searching the extreme values of performance function instead of those of the reliability. Additionally, the design points corresponding to the extreme values of the performance function are guaranteed to converge to that corresponding to the extreme values of the reliability by the iterative strategy, and the reliability is obtained by LS, which improves the precision of the presented method. Several examples are used to illustrate the advantages of the presented method.

Key words: fuzzy reliability; fuzzy variable; random variable; membership function; line sampling

收稿日期: 2009-10-23; 修改日期: 2010-07-16

基金项目:国家自然科学基金项目(NSFC10572117, 50875213);新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-05-0868);航空基础基金项目(2007ZA53012); 民口 863 计划项目(2007AA04Z401)

作者简介:*李璐祎(1987-),女,陕西人,硕士生,主要从事结构可靠性研究(E-mail:luyili@mail.nwpu.edu.cn); 吕震宙(1966-),女,湖北人,教授,博士,博导,主要从事结构可靠性研究(E-mail:zhenzhoulu@nwpu.edu.cn).

随机性和模糊性是影响结构安全的两种基本 不确定性因素,随机性是由事物本质的不确定和因 果关系的不明确所导致的结果不确定, 而模糊性是 由于人们对复杂事物缺乏足够的信息而不能给予 精确描述所造成的认知不确定^[1]。传统的概率可靠 性方法以概率论和数理统计为基础,对工程中的随 机不确定性进行了深入的研究,发展出了一系列比 较完善的随机可靠性分析理论。但对于工程中的模 糊不确定性,目前还没有一个比较统一的处理方 法。为了对含有模糊不确定性的结构可靠性进行研 究,很多学者将模糊不确定性转化为随机不确定性 进而利用比较成熟的随机可靠性分析理论对模糊 可靠性问题进行研究^[2-3],但由于随机性与模糊性 有着本质的区别,模糊不确定性本身存在着信息不 全的问题,这种处理方法往往不能真实地反映模糊 不确定性对结构可靠性的影响。随着人们对工程中 模糊现象认识的加深,近年来在模糊数学基础上发 展起来的模糊可靠性分析方法对模糊变量的处理 则相对比较合理。Briabant^[4]等人提出了针对非随机 变量的结构优化和设计的可能性方法(possibilistic approach),基于这一思想还发展出了一系列模糊变 量可靠性分析的顶点法^[5],优化法^[6-7]等,但这些方 法都只是考虑了结构中的模糊不确定性。工程结构 中的模糊不确定性和随机不确定性往往是同时存 在的,因此只有对影响结构安全的这两种重要因素 同时进行处理的可靠性分析才能客观地反映结构 系统的安全程度。为此,国内外开展了大量的考虑 模糊、随机两种不确定性的广义可靠度研究^[8-9], 但这些方法主要针对失效与安全状态具有随机模 糊性的情况进行研究的。目前针对基本变量同时具 有随机和模糊两种不确定性进行综合研究的可靠 性方法则相对较少,并且普遍存在计算效率上如: Monte Carlo 模拟法,或者对功能函数形式有要求等 方面^[10]的问题。当同时考虑随机变量和模糊变量 时,结构的可靠度将也具有模糊性,为求得可靠度 的隶属函数,必须在每一个隶属度水平下进行可靠 性分析, 这将导致计算量呈指数形式的增长, 此时 基于传统 Monte Carlo 法的模糊随机可靠性分析方 法所需的计算量是工程上无法接受的。Adduri^[10]等 人基于变量转换和傅里叶变换提出了一种混合变 量的情况下可靠度估计的转化法,该方法虽然大大 提高了计算效率,但其在分析过程中首先必须用不 含随机变量和模糊变量交叉项的响应面模型来近 似功能函数,很明显该方法对于随机变量和模糊变

量有交叉运算的情况是不合适的。针对结构中同时 存在随机和模糊不确定性时可靠性分析中存在的 这些问题,本文在文[11]建立的求解区间变量和随 机变量共同作用时可靠性的一次二阶矩迭代法的 基础上,建立了一种求解模糊可靠度隶属函数的迭 代线抽样方法。线抽样方法作为一种针对高维小失 效概率问题的高效的可靠性分析方法,其在计算失 效概率上的优越性已在文[12-16]中得到充分证 明。由于本文方法充分利用了迭代策略和线抽样法 的优点,避免了对功能函数的近似,并且也避免了 每个隶属度水平下可靠度极值的直接计算,所以本 文方法不仅可以大大提高模糊和随机不确定性作 用下模糊可靠度隶属函数计算的效率,而且对于随 机变量和模糊变量含有交叉运算的情况同样适用, 具有较广泛的应用范围。文中详细给出了所提方法 的基本思想和实现步骤,并采用算例说明了所提方 法的优越性。

基本变量的模糊不确定性对结构 功能函数及安全度量指标的影响

为了求得随机变量和模糊变量共同作用下结构的安全度量指标,本文在文[11]的基础上首先分析基本变量的模糊不确定性对结构功能函数及安 全度量指标的影响。

假设结构中有 $n(其中 n = n_r + n_f)$ 维基本变量 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$,其中有 n_r 个相互独立的随机基 本变量 $\mathbf{x}_{R} = (x_{R1}, x_{R2}, \dots, x_{Rn})$, 其概率密度函数分 别为 $f_{x_{p_i}}(x_{R_i})(i=1,2,\cdots,n_r);$ 并有 n_f 个相互独立的 模糊性基本变量 $\mathbf{x}_F = (x_{F1}, x_{F2}, \cdots, x_{Fn_t})$, 其隶属函 数分别为 $\mu_{x_{Fi}}(x_{Fj})(j=1,2,\cdots,n_f)$ 。结构的功能函数 g(x)为基本变量 $x = (x_R, x_F)$ 的函数,其既含有模 糊基本变量 x_F ,又含有随机基本变量 x_R 。对应于 给定的隶属度水平 λ ,模糊基本变量 x_F 将在隶属 函数确定的区间内取值,即模糊变量转化为区间变 量^[17],转化过程如图 1(a)所示,并记该区间变量为 $x_F(\lambda)$,则在模糊和随机基本变量共同作用下结构 的功能函数可抽象为一个区间函数,即: $g(\mathbf{x}_R, \mathbf{x}_F(\lambda)) \in (g_{\min}(\mathbf{x}_R, \mathbf{x}_F(\lambda)), g_{\max}(\mathbf{x}_R, \mathbf{x}_F(\lambda)))$ 又由于结构的可靠度 $P_r = P\{g(x) > 0\} =$ $P\{g(\mathbf{x}_{R}, \mathbf{x}_{F}) > 0\}$,所以这一区间形式的功能函数 将使得结构的可靠度在给定隶属度水平λ下也为 一个区间变量。不同的隶属度水平 λ 将导致不同的 可靠度区间,模糊基本变量的不确定性通过功能函

数传递到可靠度,也即可靠度为模糊可靠度。以功 能函数中含有两个模糊基本变量为例,模糊基本变 量对功能函数的影响示意如图 1(b)所示。



Fig.1 The transformation of fuzzy variable and its effect on performance function

(图中 x^(L)_{Fi}(λ) 和 x^(U)_{Fi}(λ)(i = 1,2))分别表示第 i 个模糊变量 x_{Fi} 在给定隶属度 λ 时的取值下、上界)

依据基本变量的模糊不确定性对功能函数的 这一影响,结合随机可靠性分析方法就可以得到给 定隶属度水平λ下模糊可靠度的下界 *P*^(L)_r(λ) 和上 界 *P*^(U)_r(λ) 如下列两式所示:

$$P_r^{(L)}(\lambda) = P\{g_{\min}(\boldsymbol{x}_R, \boldsymbol{x}_F(\lambda)) > 0\}$$
(1)

$$P_r^{(U)}(\lambda) = P\{g_{\max}(\boldsymbol{x}_R, \boldsymbol{x}_F(\lambda)) > 0\}$$
(2)

其中, P{●} 表示●情况出现的概率。

2 模糊变量和随机变量作用下模糊可 靠度隶属函数求解的迭代线抽样法

2.1 给定隶属水平下可靠度上界和下界计算策略 的分析

由于可靠度与模糊基本变量 x_F 、随机基本变量 x_R 之间是高度非线性隐式函数关系,因此要直接 准确求解式(1)和式(2)中可靠度的下界、上界涉及的

计算量是非常大的。文[11]中针对区间变量和随机 变量同时存在的情况,建立了一种基于一次二阶矩 的求解可靠度上界、下界的迭代法,但该方法直接 在迭代的过程中利用设计点值求解可靠度,不能保 证高度非线性功能函数情况下可靠度计算的精度。 本文则在其基础上利用迭代法的思想先搜索使得 功能函数 $g(\mathbf{x}_{R}, \mathbf{x}_{F}(\lambda))$ 取极大(或极小)值的模糊变 量的取值点 $\mathbf{x}_{F(\max)}^{*(k)}$ (或 $\mathbf{x}_{F(\min)}^{*(k)}$)和收敛的设计点 $x_{R(\max)}^{*(k+1)}$ (或 $x_{R(\min)}^{*(k+1)}$)(其中上标k表示迭代次数)。在 功能函数极值求解的迭代过程收敛后,由线抽样法 利用设计点 $\boldsymbol{x}_{R(\max)}^{*(k+1)}$ (或 $\boldsymbol{x}_{R(\min)}^{*(k+1)}$)求解功能函数 $g(\mathbf{x}_{R}, \mathbf{x}_{F(\max)}^{*(k)})$ (或 $g(\mathbf{x}_{R}, \mathbf{x}_{F(\min)}^{*(k)})$)的可靠度 $P_{r}^{(U)}(\lambda)$ $(或 P_{*}^{(L)}(\lambda))$ 。由于本文的方法是先对功能函数的极 值进行迭代求解,避免了直接求解可靠度极值的较 大工作量,另外本文方法是在功能函数极值迭代收 敛后再采用线抽样法求解可靠度的上界、下界的, 保证了在高度非线性功能函数情况下可靠度计算 的精度和效率。

2.2 模糊可靠度隶属函数求解的迭代线抽样法 基本原理

求解模糊可靠度隶属函数的迭代线抽样方法 的基本思想是:在每个给定的隶属度水平对应的模 糊变量取值区域内,综合考虑模糊和随机不确定性 对功能函数的影响,通过模糊不确定性对功能函数 极值影响分析与随机变量对功能函数设计点的影 响分析的不断交替迭代过程,求得使功能函数取极 值的模糊基本变量的取值点,并同时求解其对应的 缩减后的随机变量空间内收敛的设计点。然后基于 功能函数的最值及收敛的设计点,采用线抽样法在 缩减后的随机基本变量空间进行可靠性分析,求得 给定隶属度水平下可靠度上界、下界。不同隶属度 水平对应于不同的可靠度上界、下界,由此便可得 到模糊可靠度的隶属函数。

2.3 模糊变量和随机变量作用下可靠度隶属函数 求解的迭代线抽样法的步骤和流程图

采用迭代线抽样法求解模糊可靠度隶属函数 的步骤可简述如下:

求解给定隶属度水平λ下模糊变量的隶属
 区间。

依据模糊变量隶属度函数的反函数,可求得与 隶属度水平 λ 相对应的模糊变量的隶属区间,即 $\mathbf{x}_F(\lambda) = \mathbf{x}_F \in (\mathbf{x}_F^{(L)}(\lambda), \mathbf{x}_F^{(U)}(\lambda))$ 。 2) 迭代法求解给定隶属度水平 λ 下功能函数 最大(或最小)值对应的收敛的模糊变量取值点 $\mathbf{x}_{F(\max)}^{*(k)}$ (或 $\mathbf{x}_{F(\min)}^{*(k)}$)及设计点 $\mathbf{x}_{R(\max)}^{*(k+1)}$ (或 $\mathbf{x}_{R(\min)}^{*(k+1)}$)。

在给定的λ下,通过对影响功能函数最大(或最 小)值的模糊不确定因素取值点和随机不确定因素 设计点的交替迭代分析,最终可求得迭代后收敛的 $\mathbf{x}_{F(\max)}^{*(k)}$ (或 $\mathbf{x}_{F(\min)}^{*(k)}$)及 $\mathbf{x}_{R(\max)}^{*(k+1)}$ (或 $\mathbf{x}_{R(\min)}^{*(k+1)}$)。对于给定 的隶属度水平 λ , $\mathbf{x}_{F}(\lambda) = \mathbf{x}_{F} \in (\mathbf{x}_{F}^{(L)}(\lambda), \mathbf{x}_{F}^{(U)}(\lambda))$ 。 首先在设定随机基本变量设计点初值 x^{*(k)} (或 $\mathbf{x}_{R(\min)}^{*(k)}$)(迭代次数k=1时为初始迭代,一般设初始 的设计点为随机变量 x_R 的均值 μ_{x_p})的条件下进行 模糊基本变量对功能函数极值的影响分析,通过优 化建模和优化模型的求解,得到给定 $x_R = x_{R(max)}^{*(k)}$ (或 $x_R = x_{R(\min)}^{*(k)}$)条件下使得功能函数取到最大(或 最小)的模糊变量取值点 $\mathbf{x}_{F(\max)}^{*(k)}$ (或 $\mathbf{x}_{F(\min)}^{*(k)}$),并在 $\mathbf{x}_{F}(\lambda) = \mathbf{x}_{F(\max)}^{*(k)}$ (或 $\mathbf{x}_{F}(\lambda) = \mathbf{x}_{F(\min)}^{*(k)}$)条件下在缩减 了的随机变量空间中求得功能函数设计点 $x_{R(max)}^{*(k+1)}$ (或 $x_{R(\min)}^{*(k+1)}$),如果第(k+1)次求得的设计点与第(k)次的设计点差异小于预先给定的值,则认为迭代收 敛,否则就在(k+1)次设计点的基础上继续进行模 糊不确定性因素对功能函数极值的影响分析, 直至 算法收敛。

 3)采用线抽样方法求解模糊变量在其隶属区 间内取值时可靠度的上界、下界。

在给定隶属度水平下由第 2)步求得功能函数 极大(或极小)值对应的收敛的模糊变量取值点 $x_{F(\max)}^{*(k)}$ (或 $x_{F(\min)}^{*(k)}$)以及设计点 $x_{R(\max)}^{*(k+1)}$ (或 $x_{R(\min)}^{*(k+1)}$) 后,就可以采用线抽样法在缩减的随机变量空间中 求解功能函数 $g(x_R, x_{F(\max)}^{*(k)})$ (或 $g(x_R, x_{F(\min)}^{*(k)})$)的 可靠度,进而得到给定隶属度 λ 下模糊可靠度的上 界 $P_r^{(U)}(\lambda)$ 和下界 $P_r^{(L)}(\lambda)$ 。关于线抽样法的基本原 理和实现过程可参考文[13]。

4) 模糊可靠度 Pr 隶属函数的求解。

遍历λ的取值区间[0,1],即可采用步骤 1)、步骤 2)和步骤 3)求得模糊可靠度 *P*_r的隶属度函数。

上述求解模糊可靠度隶属函数的基本步骤的 流程图见图 2。

从上述求解模糊可靠度隶属函数的迭代线抽 样法的原理可以看出,本文所提方法在每一次迭代 过程中综合考虑了模糊不确定和随机不确定性对 结构功能函数极值的影响,通过模糊不确定性和随 机不确定性对功能函数影响分析的不断交替,将基 本变量的模糊不确定传递到结构的功能函数,再通 过缩减后随机基本变量空间内的线抽样可靠性分 析,进一步将基本变量的不确定通过功能函数传递 到结构的可靠度。这种模糊和随机不确定性影响分 析的交替迭代过程避免了遍历模糊基本变量隶属 区间所引起的计算工作量的巨大增加,同时迭代收 敛后的线抽样法在分析随机基本变量空间中功能 函数失效概率时的高效性又进一步提高了模糊可 靠度隶属函数求解的计算效率。另外,该方法在求 解过程中未对功能函数形式做任何的要求,不依赖 功能函数的显示表达式,因而具有很好的适用性。

3 算例

算例1. 机翼的九盒段结构由 64 个杆元件和 42 个板元件构成,材料为铝合金。已知各个单元的强度均为正态随机变量,且相互独立,第*i*个单元强度 R_i 的均值 μ_{R_i} 和变异系数 V_{R_i} 分别为 μ_{R_i} = 83.5 kg 和 V_{R_i} = 0.12 (*i* = 68,77,78)。外载荷 *P* 为模糊变量, 其隶属函数为对称三角分布:

 $\mu_P(P) = \begin{cases} (P - 145) / 5, & 145 \le P \le 150\\ (P - 155) / (-5), & 150 \le P \le 155 \end{cases}^\circ$

由失效模式的枚举方法可求得结构主要失效模式 的极限状态函数为^[18]:

 $g(R_{68}, R_{77}, R_{78}, P) = 4.0R_{68} - 3.9998R_{77} + 4.0R_{78} - P$ 由 Monte Carlo 法(在以下算例结果图中标为 Monte Carlo)和迭代线抽样法(在以下算例结果图中标为 Line Sampling)求得的模糊可靠度隶属函数曲线的 对照如图 3 所示。

图 3 中的 Monte Carlo 法是以遍历模糊基本变 量隶属区间的方法来求解模糊可靠度隶属函数的, 本例中在每个模糊变量的取值点处 Monte Carlo 法 抽样10⁶次。而迭代线抽样法通过几次交替的模糊 不确定性对功能函数极值的影响分析和随机不确 定性因素对功能函数的设计点的影响分析收敛后, 仅需 1 次线抽样就可以求得线性功能函数情况下, 给定隶属水平上模糊可靠度的一个边界,这样将大 大提高模糊可靠度隶属函数求解的计算效率,并且 从图 3 中结果可以看出,本文方法分析结果与 Monte Carlo 法的结果是一致。



图 2 模糊可靠度隶属函数求解的迭代线抽样方法流程图 Fig.2 Flowchart of membership function of fuzzy reliability analysis by iteration based line sampling





度的最大允许值为L/360,可以建立功能函数如下 所示:

$g(w, L, E, I) = L / 360 - 0.0069 w L^4 / EI$

其中随机基本变量 w和L分别为分布载荷和图4中 所示的长度,它们均服从正态分布,且相互独立, 其分布参数参见表 1,弹性模量 E 和惯性矩 I 均为 模糊变量,它们的隶属函数为下式所示的对称三角 形分布:

$$\mu_{E}(E) = \begin{cases} (E - 1.95 \times 10^{7}) / (0.05 \times 10^{7}), \\ 1.95 \times 10^{7} \le E \le 2 \times 10^{7} \\ (E - 2.05 \times 10^{7}) / (-0.05 \times 10^{7}), \\ 2 \times 10^{7} \le E \le 2.05 \times 10^{7} \end{cases}$$

$$\mu_{I}(I) = \begin{cases} (I - 7.8 \times 10^{-4}) / (0.2 \times 10^{-4}), \\ 7.8 \times 10^{-4} \leq I \leq 8.0 \times 10^{-4} \\ (I - 8.2 \times 10^{-4}) / (-0.2 \times 10^{-4}), \\ 8.0 \times 10^{-4} \leq I \leq 8.2 \times 10^{-4} \end{cases}$$

两种方法求得的模糊可靠度隶属函数的曲线如图 5 所示。











算例 3. 如图 6 所示的屋架^[19],屋架的上弦杆和其 它压杆采用钢筋混凝土杆,下弦杆和其它拉杆采用 钢杆。设屋架承受均布载荷 q 作用,将均布载荷 q 化成节点载荷后有 P = ql/4。结构力学分析可得 C 点 沿 垂 直 地 面 方 向 的 位 移 为 $\Delta_c = \frac{ql^2}{2} \left(\frac{3.81}{A_c E_c} + \frac{1.13}{A_s E_s} \right)$,其中 A_c 、 E_c 、 A_s 、 E_s 、l分别

为混凝土和钢杆的横截面积、弹性模量、长度。考虑屋架的安全性和适用性,以屋架顶端C点的挠度 Δ_c 不大于 3cm 为约束条件。根据约束条件可给出 结构的极限状态函数 $g = 0.03 - \Delta_c$ 。假设随机变量 A_c 、 A_s 、q、l均服从独立的正态分布,它们的分布 参数参见表 2。 E_c 和 E_s 为模糊随机变量,它们的 隶属函数如下所示:

$$\mu_{E_{C}}(E_{C}) = \begin{cases} (E_{C} - 1.88 \times 10^{10}) / (1.2 \times 10^{9}), \\ 1.88 \times 10^{10} \leq E_{C} \leq 2 \times 10^{10} \\ (E_{C} - 2.12 \times 10^{10}) / (-1.2 \times 10^{9}), \\ 2 \times 10^{10} \leq E_{C} \leq 2.12 \times 10^{10} \\ \end{cases}$$

$$\mu_{E_{S}}(E_{S}) = \begin{cases} (E_{S} - 0.94 \times 10^{11}) / (6 \times 10^{9}), \\ 0.94 \times 10^{11} \leq E_{S} \leq 1 \times 10^{11} \\ (E_{S} - 1.06 \times 10^{11}) / (-6 \times 10^{9}), \\ 1 \times 10^{11} \leq E_{S} \leq 1.06 \times 10^{11} \end{cases}$$

屋架结构的模糊可靠度隶属函数曲线对照如图 7 所示。



Fig.6 Roof truss structure model

表 2 屋架结构基本随机变量分布参数

Table 2 Distribution parameters of random variables of roof										
truss structure										
随机变量		分布类型	均值	标准差	变异系数					
均布载荷 q/(N/m)		正态	20000 1400		0.07					
杆长 //m		正态	12	0.12	0.01					
截面积 As/m ²		正态	正态 9.82×10 ⁻⁴ 5		0.06					
截面积 A_C/m^2		正态	0.04 0.0048		0.12					
1 0.9 0.8 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7	Monta Line S	Carlo ampling								
0.975	0.9	8 0.985	0.99 可靠度	0.995	1.005					
图 7 算例 3 可靠度隶属函数分析结果										
Fig.7 The membership functions of fuzzy reliability of										
example 3										

对于算例 2 和算例 3 中非线性的功能函数,

19

Monte Carlo 法在模糊变量的每个取值点处抽样 5×10⁶次。而迭代的线抽样法在几次交替的模糊不 确定性对功能函数极值的影响分析和随机不确定 性对功能函数设计点的影响分析后, 仅需 100 次抽 样就求得了给定隶属水平上模糊可靠度的一个边 界。以两种基本变量交替的不确定性迭代分析代替 遍历隶属区间的方法,本身就在很大的程度上提高 了计算效率,加之缩减后随机变量空间内可靠性分 析抽样次数的减少又以指数级的形式减少了计算 量,从而使得本文方法在分析模糊可靠度隶属函数 时的计算效率大大提高。另外,本文方法对于功能 函数的型式没有要求,同样适用于模糊基本变量和 随机基本变量具有交叉项的情况(算例 2 中模糊基 本变量E、I和随机基本变量w、L出现交叉, 算 例3中模糊基本变量 E_C 、 E_S 分别和随机基本变量 A_{C} 、 A_{S} 及q、l出现交叉)。

算例 4. 如图 8 所示铺层的复合材料(graphite fabric-carbon matrix)悬臂梁结构,其承受外载荷 F_0 作用。







$$\frac{F_0 L^3}{2h^3} \left(\frac{E_L^2 - 4G_{LT} E_T v_{LT}^2 + E_L (E_T + 4G_{LT} + 2E_T v_{LT})}{E_L G_{LT} (E_L + E_T + 2E_T v_{LT})} \right)$$

其中: h、L和 F_0 分别是如图所示的悬臂梁的高度、 长度和单位宽度上的载荷; G_{LT} 为剪切模量; v_{LT} 是 泊松比。它们均是独立的正态分布随机基本变量, 分布参数如表 3 所示。 E_L /GPa 和 E_T /GPa 分别是纵 向和横向的弹性模量,为相互独立的模糊基本变 量,它们的隶属函数分别如下所示: $\mu_{E_L}(E_L) =$

 $\begin{cases} (E_L - 121.1) / 51.9, & 121.1 \le E_L \le 173 \\ (E_L - 224.9) / (-51.9), & 173 \le E_L \le 224.9 \\ \mu_{E_T}(E_T) = \\ \\ \begin{cases} (E_T - 23.17) / 9.93, & 23.17 \le E_T \le 33.1 \\ (E_T - 43.03) / (-9.93), & 33.1 \le E_T \le 43.03 \end{cases}$

以其自由端位移不超过 9.59cm 建立极限状态方程: $g = 9.59 - \delta_{Tip}$ 。复合材料悬臂梁结构的模糊可靠度 隶属函数曲线对照如图 9 所示。

表 3 复合材料悬臂梁结构随机基本变量分布参数

 Table 3
 Distribution parameters of random variables of composite cantilever beam structure

随机变量	分布类型	均值	标准差	变异系数
高度 h/cm	正态	3.81	0.381	0.1
长度 L/cm	正态	50.8	5.08	0.1
载荷 F ₀ /(kN/m)	正态	350	35	0.1
剪切模量 G _{LT} /GPa	正态	9.38	0.938	0.1
泊松比Vur	正态	0.036	0.0036	0.1





本算例中 Monte Carlo 法在模糊变量的每个取 值点处抽样10⁷次。而迭代的线抽样法仅需 100 次 抽样就求得给定隶属水平上模糊可靠度的一个边 界。从可靠度隶属函数分析结果对照图 9 可以看出, 对于本算例中高度非线性的功能函数,本文方法在 大大提高计算效率的同时其结果与 Monte Carlo 法 也是一致的,这再一次验证了本文方法的效率和 精度。

4 结论

本文提出了一种模糊和随机混合变量情况下 模糊可靠度隶属函数求解的迭代线抽样方法,给出 了其实现的原理与步骤,并通过算例验算了其精度 与效率。从以上所述的混合变量的迭代线抽样法的 步骤可以看出,本文方法首先通过不断交替的模糊 不确定性对功能函数极值的影响分析和随机不确 定性对功能函数设计点的影响分析的迭代过程,将 模糊基本变量的不确定性传递到结构的功能函数, 避免了遍历模糊变量隶属区间的模糊不确定性传 递法巨大的计算量,在很大程度上提高了计算效 率。迭代收敛后在缩减的随机基本变量空间,基于 模糊基本变量对功能函数的影响,充分利用线抽样 法可以高效的计算非线性功能函数失效概率的优 点,将模糊和随机基本变量的不确定性通过功能函 数进一步传递到结构的可靠度,这又使得模糊可靠 度隶属函数求解的计算量呈指数级降低,从而进一 步提高了模糊可靠度隶属函数求解的计算效率。另 外,本文方法对于功能函数中是否含有模糊变量与 随机变量交叉项及功能函数的显隐式并无要求,适 用于含有模糊和随机变量交叉运算的各种形式功 能函数。

参考文献:

[1] 郭书祥,吕震宙,张陵.结构的能度可靠性方法和随机可靠性方法的比较[J].计算力学学报,2003,20(4):446-450.

Guo Shuxiang, Lu Zhenzhou, Zhang Ling. Comparison of possibilistic reliability and stochastic reliability methods for uncertain structures [J]. Computational Mechanics, 2003, 20(4): 446-450. (in Chinese)

- [2] 刘长虹,陈虬.基于信息熵理论中的含模糊参数的响应面法[J]. 机械强度, 2003, 25(2): 187-189.
 Liu Changhong, Chen Qiu. Response surface method in fuzzy parameters under the entropy [J]. Journal of Mechanical Strength, 2003, 25(2): 187-189. (in Chinese)
- [3] 孙颉, 吕震宙. 考虑基本变量模糊随机性的弹性连杆 机构广义可靠性分析[J]. 机械强度, 2005, 27(6): 851-854.

Sun Jie, Lu Zhenzhou. General reliability analysis for elastic linkage mechanisms with fuzzy and random basic variables [J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(6): 851-854. (in Chinese)

- [4] Briabant V, Oudshoorn A, Boyer C, Delcroix F. Nondeterministic possibilistic approaches for structural analysis and optimal design [J]. AIAA Journal 1999, 37(10): 1298-1303.
- [5] Dong W M, Wong F S. Fuzzy weighted averages and implementation of the extension principle [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1987, 21(2): 183-199.
- [6] Smith S A, Krishnamurthy T, Mason B H. Optimized vertex method and hybrid reliability [C]. Proceedings of 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics and materials conference, Denver, CO, April 2002, AIAA-2002-1465.
- Penmetsa R C, Grandhi R V. Uncertainty propagation using possibility theory and function approximations [J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines 2003, 31(2): 257-279.
- [8] 吕震宙, 冯元生. 结构强度的广义可靠性模型[J]. 机 械科学与技术, 1996, 15(1): 45-50.

Lu Zhenzhou, Feng Yuansheng. The generalized reliability model for structure strength [J]. Mechanical Science and Technology, 1996, 15(1): 45 - 50. (in Chinese)

- [9] 董玉革. 机械模糊可靠性设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 2001.
 Dong Yuge. Mechanical fuzzy reliability design [M].
 Beijing: China Machine Press, 2001. (in Chinese)
- [10] Adduri P R, Penmetsa R C. Confidence bounds on component reliability in the presence of mixed uncertain variables [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2008, 50(3): 481-489.
- [11] Du X. Unified uncertainty analysis by the first order reliability method [J]. Journal of Mechanical Design (ASME), 2008, 130(9): 091401-091410.
- [12] Schueller G I, Pradlwarter H J, Koutsourelakis P S. A comparative study of reliability estimation procedures for high dimension [C]. 16th ASCE Engineering Mechanics Conference, University of Washington, Seattle, July 16-18, 2003.
- [13] Schueller G I, Pradlwarter H J, Koutsourelakis P S. A critical appraisal of reliability estimation procedures for high dimension [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2004, 19: 463-74.
- [14] Lu Z Z, Song S F, Yue Z F. Reliability sensitivity method by line sampling [J]. Structural Safety, 2008, 30(2): 517-553.
- [15] Pradlwarter H J, Pellissetti M F, Schenk C A. Realistic and efficient reliability estimation for aerospace structures [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(12-16): 1597-1617.
- [16] Song S F, Lu Z Z. Improved line sampling reliability analysis method and its application [J]. Key Engineering Materials, 2007, 354: 1001–1004.
- [17] 郭书祥, 吕震宙, 冯元生. 基于区间分析的结构非概率可靠性模型[J]. 计算力学学报, 2001, 18(1): 56-60.
 Guo Shuxiang, Lu Zhenzhou, Feng Yuansheng. A non-probabilistic model of structural reliability based on interval analysis [J]. Computational Mechanic, 2001, 18(1): 56-60. (in Chinese)
- [18] 宋笔锋. 结构体系失效概率计算方法研究[D]. 西安: 西北工业大学, 1994.
 Song Bifeng. A study on method for computing structural system failure probability [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 1994. (in Chinese)
- [19] 史志华, 胡德炘, 陈基发. 钢筋混凝土结构构件正常使 用极限状态可靠性的研究[R]. 北京: 建筑科学研究报 告, 1999.

Shi Zhihua, Hu Dexin, Chen Jifa. Reliability analysis of reinforced concrete component based on serviceability limit states [R]. Beijing: Building Research Report, 1999. (in Chinese)