

文章编号: 1000-4750(2007)07-0066-06

平面应变板料拉弯成形回弹理论分析

张冬娟,* 崔振山, 李玉强, 阮雪榆

(上海交通大学国家模具 CAD 工程研究中心, 上海 200030)

摘 要: 基于平面应变假设, 采用服从 Hill 平方屈服准则和指数强化材料模型, 建立了板料拉弯成形回弹量预测的理论模型。应用该模型计算了一个拉弯成形回弹实例, 分析了单位宽度切向拉力、凸模圆角半径、摩擦因数及各向异性参数对板料回弹量的影响。分析结果表明, 只有当中性层偏移距离超过板厚的四分之一时, 增大切向拉力才能有效地控制板料回弹量, 而且弯曲半径越大, 增大切向拉力控制板料的回弹量越为有效, 然而拉力不能无限制的增大, 它的计算准则为板料最外层的等效应变应不大于极限应变。同时还表明, 摩擦因数对板料回弹量的影响随切向拉力的增大变得更为显著, 而各向异性参数对板料拉弯成形回弹量的影响也较为明显。与有限元数值模拟预测结果的对比表明, 理论模型预测板料拉弯成形回弹量与有限元数值模拟结果很接近。

关键词: 平面应变; 屈服准则; 指数强化; 拉弯; 回弹; 各向异性

中图分类号: O34; TG386.3 **文献标识码:** A

SPRINGBACK OF SHEET METAL AFTER PLANE STRAIN STRETCH-BENDING

ZHANG Dong-juan,* CUI Zhen-shan, LI Yu-qiang, RUAN Xue-yu

(National Die & Mold CAD Engineering Research Center, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: For the springback problem of sheet metal stretch-bending, a mathematical model was proposed based on Hill's yielding criterion, exponential hardening and plane strain assumption. The model was validated by a stretch-bending example. The effects of stretching force per unit width, die profile radius, friction and anisotropy on the springback were studied. The results from the proposed model indicate that only if the shift distance of neutral surface exceeds one-fourth of sheet thickness, the increase of stretching force can control the springback effectively. Furthermore, the larger the bending radius, the more effective the increase of binder force in controlling the sheet springback. However, the stretching force cannot increase without limit. Its calculation criterion is that the effective strain at the outer sheet layer is not greater than the material limit strain. It also shows that with the increase of stretching force, the friction has much larger influence on the sheet springback. Besides, the anisotropy also has effect on the sheet springback of stretch-bending. Comparison with FE simulation results shows that the predicted results by the mathematical model consist well with those by FEM.

Key words: plane strain; yielding criterion; exponential hardening; stretch-bending; springback; anisotropy

拉弯成形是指坯料在弯曲的同时加以切向拉力, 以改变坯料横截面内应力为拉应力的一种型材

弯曲工艺^[1]。拉弯成形因对坯料回弹量控制准确、工艺及生产设备要求简单、制品精度高, 表面质量

收稿日期: 2005-12-05; 修改日期: 2006-04-22

作者简介: 张冬娟(1977), 女, 江苏启东人, 博士生, 从事板料回弹预测、控制及补偿方面的研究(E-mail: zhdongjuan@126.com);

*崔振山(1963), 男, 河北保定人, 教授, 博士, 从事材料加工过程模拟及多学科优化设计研究(E-mail: cuizs@sju.edu.cn);

李玉强(1976), 男, 河北石家庄人, 博士生, 从事板料成形稳健设计的研究;

阮雪榆(1933), 男, 上海人, 教授, 院士, 上海模具技术研究所所长, 从事材料加工工程 CAD/CAM/CAE 研究。

好而被广泛应用于汽车和飞机等板材和型材弯曲件的制造。弯曲成形因切向应力沿厚度方向分布不均而产生较大回弹量,增大切向拉力以改变板料横截面的应力状态,能在一定范围内有效地控制板料的回弹量,提高零件的尺寸精度。但过大的切向拉力会使板料的等效应变大于材料许用极限而产生裂纹。针对该问题,余同希^[2]采用理想弹塑性材料模型,研究了切向拉力对矩形截面梁弯曲回弹量的影响; Aly El-Domiaty 则将余同希的研究应用于指数强化材料模型^[3]; Nader Asnafi 考察了切向拉力对双向弯曲板料回弹量的影响^[4]。而 El-Domiaty A A^[5,6]等人建立了板料和 U 型截面梁拉弯成形回弹预测的数学模型。这些研究工作都基于纯弯曲理论基础,忽略了板料各向异性,板料厚度变化及摩擦的影响。实际上各向异性是反映材料性质的重要参数,对拉弯成形回弹量有着重要影响。而且当切向

拉力较大时,板料厚度变化较大,因此忽略板料各向异性及板厚变化研究拉弯成形板料回弹量将带来较大误差。近年来,有些学者(Paulsen Frode^[7]、金朝海^[8]、Clausen A H^[9])借助有限元分析软件,分析了切向拉力对拉弯成形回弹量的影响。本文基于平面应变假设,采用服从 Hill 平方屈服准则^[10]和指数强化材料模型,建立了板料拉弯成形回弹量预测的理论模型。应用该模型计算了一拉弯成形回弹实例,分析了单位宽度切向拉力、凸模圆角半径、摩擦因数及各向异性参数对板料拉弯成形回弹量的影响。

1 理论模型

基于平面应变的板料拉弯成形如图 1 所示,本文的理论计算基于如下假设:

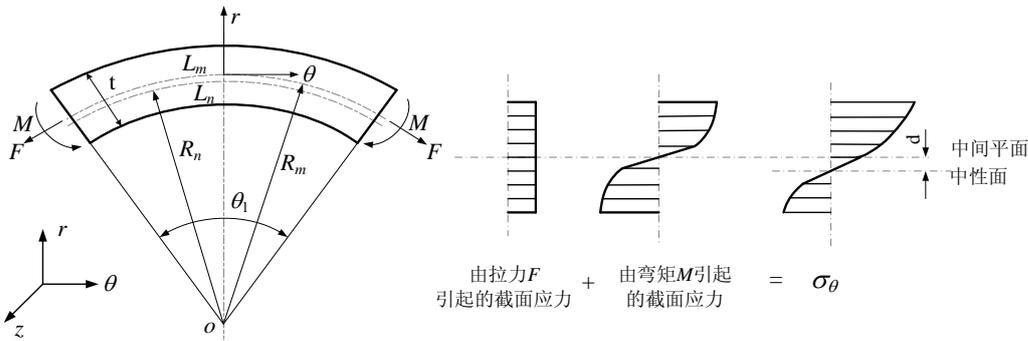


图 1 板料拉弯成形示意图

Fig.1 Scheme of sheet stretch-bending

(1) 单位宽度切向拉力 F 沿板厚方向均匀分布,该力使板料厚度减薄,并使弯曲中性层向弯曲内表面移动;

(2) 弯曲前垂直于板中性面的平面在弯曲后仍为平面,且仍垂直于弯曲后板的中性面;

(3) 板料在宽度方向上的应变 ε_z 为零;

(4) 弯曲过程中板料纵向纤维之间无挤压,即认为板料厚向应力 σ_r 为零;

(5) 板料不可压缩,即认为在弯曲过程中板料体积不变,有 $\varepsilon_\theta + \varepsilon_r + \varepsilon_z = 0$;

其中 ε_θ 、 ε_r 分别为切向和法向应变分量。

1.1 拉弯成形板料厚度计算

由假设(3)和(5),对于拉弯成形板内任意一点有:

$$\varepsilon_\theta + \varepsilon_r = 0$$

而

$$\varepsilon_\theta = \ln \frac{r}{R_n} \tag{1}$$

$$\varepsilon_r = \ln \frac{t}{t_0} \tag{2}$$

对于拉弯成形板中面内任意一点有:

$$\ln \frac{R_m}{R_n} + \ln \frac{t}{t_0} = 0$$

于是有:

$$t = \frac{R_n}{R_m} t_0 = \frac{R_m - d}{R_m} t_0 \tag{3}$$

式中, r 为任意弯曲层曲率半径, R_m 、 R_n 为弯曲中面及中性层曲率半径, t_0 、 t 为拉弯成形前后板料的厚度, d 为中性层向凸模移动的距离。

1.2 面内拉力与凸模圆角半径的关系

图 2 为板料拉弯成形力平衡关系示意图,取其弯曲部分任意一小段作为研究对象建立力平衡关系,如图 2(a)所示,有:

$$\begin{cases} F \cdot \cos d\phi + f_N \cdot \sin \frac{d\phi}{2} \cdot R_m d\phi = (F - dF) + f_\theta \cdot \cos \frac{d\phi}{2} \cdot R_m d\phi \\ F \cdot \sin d\phi = f_N \cdot \cos \frac{d\phi}{2} \cdot R_m d\phi + f_\theta \cdot \sin \frac{d\phi}{2} \cdot R_m d\phi \\ f_\theta = \mu f_N \end{cases}$$

式中, f_N 为法向接触力分布密度, f_θ 为摩擦力分布密度, μ 为板料与凸模间的摩擦因数。

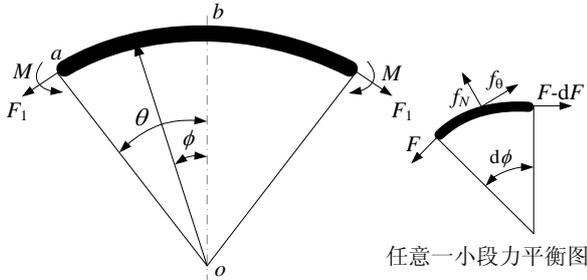


图2 板料拉弯成形力平衡示意图

Fig.2 Force equilibrium scheme of stretch-bending

如忽略无穷小项间的乘积, 化解上式有:

$$\begin{cases} dF = f_\theta R_m d\phi \\ F = f_N R_m \\ f_\theta = \mu f_N \end{cases}$$

从而有

$$\frac{dF}{F} = \mu d\phi$$

积分得:

$$\ln F = \mu\phi + c$$

由边界条件在 a 点处有: $F = F_1$, 得 $c = \ln F_1 - \mu\theta$, 则任意截面 ϕ 处的拉力 $F(\phi)$ 为:

$$F(\phi) = F_1 e^{\mu(\phi - \theta)} \quad (4)$$

从上式看出, 拉弯成形面内拉力 $F(\phi)$ 沿弯曲面 $\overset{\circ}{ab}$ 逐渐减小。

1.3 截面应力、应变及弯矩计算

对于服从 Hill 平方屈服准则^[10]的各向异性板料, 在法向应力为零的情况下, 屈服方程有:

$$\varphi^2(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}) = \sigma_\theta^2 + \sigma_z^2 - \frac{2\bar{r}}{1+\bar{r}} \sigma_\theta \sigma_z - \bar{\sigma}^2(\bar{\varepsilon}) = 0 \quad (5)$$

式中, σ_θ 、 σ_z 分别为平面应变条件下的切向和宽度方向的应力, $\bar{\sigma}$ 为流动应力, $\bar{\varepsilon}$ 为等效塑性应变, \bar{r} 为板料厚向各向异性参数。

在塑性区内, 由于宽度方向应变为零, 即

$$d\varepsilon_z^p = d\lambda \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_z} = 0$$

式中, 比例系数 $d\lambda$ 和材料硬化法则有关, ε_z^p 为宽度方向上塑性应变分量。

结合式(5)可得:

$$\sigma_z = \frac{\bar{r}}{1+\bar{r}} \sigma_\theta \quad (6)$$

将式(6)代入式(5), 有:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{1+2\bar{r}}}{1+\bar{r}} |\sigma_\theta| = \begin{cases} \frac{1}{f} \sigma_\theta & \sigma_\theta \geq 0 \\ -\frac{1}{f} \sigma_\theta & \sigma_\theta \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

由内能等效原理及等效应变定义, 不难得到:

$$\bar{\varepsilon} = \begin{cases} f \varepsilon_\theta & \varepsilon_\theta \geq 0 \\ -f \varepsilon_\theta & \varepsilon_\theta \leq 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中, $f = \frac{1+\bar{r}}{\sqrt{1+2\bar{r}}}$ 。

假设材料服从指数应力应变关系, 即:

$$\bar{\sigma} = k(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^n \quad (9)$$

式中, k 为硬化系数, n 为硬化指数, ε_0 为板料初始应变。

将式(1)、式(7)和式(8)代入式(9), 有:

$$\sigma_\theta = \begin{cases} fk \left(\varepsilon_0 + f \ln \frac{r}{R_n} \right)^n & r \geq R_n \\ -fk \left(\varepsilon_0 - f \ln \frac{r}{R_n} \right)^n & r \leq R_n \end{cases} \quad (10)$$

又因切向拉力 F 的存在, 使板料中面伸长, 于是有:

$$F = \sigma_{m\theta} t = fk \left(\varepsilon_0 + f \ln \frac{R_m}{R_n} \right)^n t = fk \left(\varepsilon_0 + f \ln \frac{R_m}{R_m - d} \right)^n t \quad (11)$$

式中, $\sigma_{m\theta}$ 为板料中面切向应力。

将式(3)代入式(11), 得

$$F = fk \left(\varepsilon_0 + f \ln \frac{t_0}{t} \right)^n t \quad (12)$$

从上面的分析可知: 由式(4)可求得任意截面处的切向拉力 $F(\phi)$, 将其代入式(12)求得该截面处的板料厚度, 并由式(3)、式(1)和式(10), 求得该截面板料的中性层曲率半径及应力应变分布, 于是任意截面处的弯矩 $M(\phi)$ 亦可求得, 其计算式如下:

$$M(\phi) = \int_{R_n}^{R_o} (\sigma_\theta - \sigma_{m\theta})(r - R_m) dr + \int_{R_i}^{R_n} (\sigma_\theta - \sigma_{m\theta})(r - R_m) dr \quad (13)$$

1.4 拉弯成形板料回弹量计算

卸载时因板料内应力重新分布, 导致卸载后弯

曲件的曲率半径大于加载后的曲率半径，即产生回弹，如图 3 所示。若卸载不引起反向屈服，且忽略板料卸载过程中的包申格效应，则卸载过程相当于对板料任意截面施加反向弯矩 $M(\phi)$ ，则拉弯成形板料回弹量 $\Delta\theta$ 为：

$$\Delta\theta = \int_0^\theta \frac{M(\phi)}{E_1 I} R_n d\phi \quad (14)$$

式中， E_1 为板料在平面应变条件下相应的弹性模量 $\left(\frac{E}{1-\nu^2}\right)$ ， ν 为泊松比， I 为单位宽度方向上的横截面惯性矩($=t^3/12$)， θ 为一半的凸模圆角。经前面的分析可知，任意截面处的弯矩可求得，利用数值积分，即可求得板料拉弯成形的回弹量。

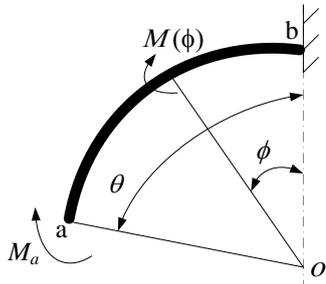


图 3 板料拉弯成形回弹示意图

Fig.3 Springback scheme of sheet stretch-bending

1.5 板料极限拉力及极限弯曲半径计算

板料拉弯成形能力受最大极限应变的限制，当板料最外层的等效应变等于极限应变 $\bar{\epsilon}_{lim}$ 时，板料将会发生弯曲断裂。板料最外层纵向应变 $\epsilon_{\theta max}$ 计算如下：

$$\epsilon_{\theta max} = \ln \frac{R_o}{R_n} = \ln \frac{R_i + t}{R_n} \leq \frac{\bar{\epsilon}_{lim}}{f} \quad (15)$$

而

$$\ln \frac{t}{t_0} = -\epsilon_{\theta max} = -\frac{\bar{\epsilon}_{lim}}{f}$$

于是拉弯成形板料最小厚度 t_{lim} 为：

$$t_{lim} = t_0 e^{-\frac{\bar{\epsilon}_{lim}}{f}} \quad (16)$$

式中， R_o 、 R_i 分别为弯曲凸凹面的曲率半径。

将式(16)代入式(15)，得板料极限弯曲半径 R_{nmin} 为：

$$R_{nmin} = (R_i + t_{lim}) e^{-\frac{\bar{\epsilon}_{lim}}{f}} \quad (17)$$

由式(4)、式(15)和式(16)，对于给定的弯曲半径 R_i ，拉弯成形极限拉力 F_{lim} 计算如下：

$$F_{lim} = fk \left(\epsilon_0 + f \ln \frac{t_0}{t_{lim}} \right)^n t_{lim} = fk(\epsilon_0 + \bar{\epsilon}_{lim})^n t_0 e^{-\frac{\bar{\epsilon}_{lim}}{f}} \quad (18)$$

从式(18)看出，极限拉力只与板料的材料性质有关。

2 应用实例

本文以一拉弯成形($\theta = 45^\circ$)为例，如图 4 所示，以考察端部单位宽度拉力 F_1 、凸模圆角半径、摩擦因数 μ 及各向异性参数对板料回弹量的影响。表 1 为铝合金(6111-T4)的材料参数值，并根据式(18)求得该材料的极限单位宽度拉力 F_{lim} 为 366.0862N/mm。图 5 给出了摩擦因数为 0.125，凸模圆角半径分别为 5mm、10mm、15mm，切向拉力对拉弯成形板料回弹量的影响，而图 6 为凸模圆角半径为 10mm，切向拉力分别为 200N/mm、300N/mm 及 350N/mm， $d/(0.5t)$ 随凸模弯曲圆角不同位置 ϕ 的变化(其它凸模圆角半径的情况类似，这里不一一列出)。由图 5 与图 6 可看出，当 $d/(0.5t) \leq 0.5$ 时，切向拉力的增大对拉弯成形的回弹量几乎没有影响。只有当 $d/(0.5t) \geq 0.5$ 时，增大切向拉力才能有效地控制拉弯成形板料的回弹量，而且弯曲半径越大，回弹角随拉力的变化越为敏感，增大拉力控制板料的回弹量越为有效。图 7 给出了凸模圆角半径为 5mm，切向拉力分别为 200N/mm、250N/mm 及 300N/mm，摩擦因数对板料拉弯成形回弹量的影响。由该图看出，切向拉力越大，摩擦因数对板料回弹量的影响越为显著。而表 2 给出了切向拉力为 200N/mm，不同各向异性参数下的板料拉弯成形回弹量。从该表看出，各向异性参数对板料拉弯成形回弹量的影响较为显著。

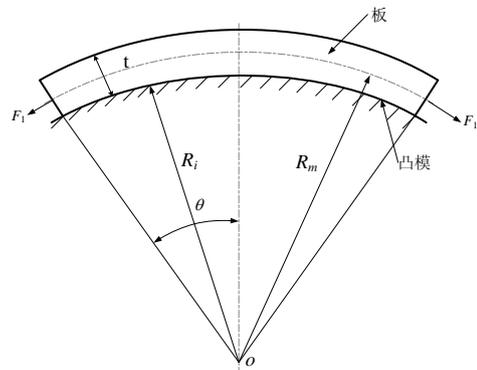


图 4 板料拉弯成形考题示意图

Fig.4 Illustration of benchmark of sheet stretch-bending

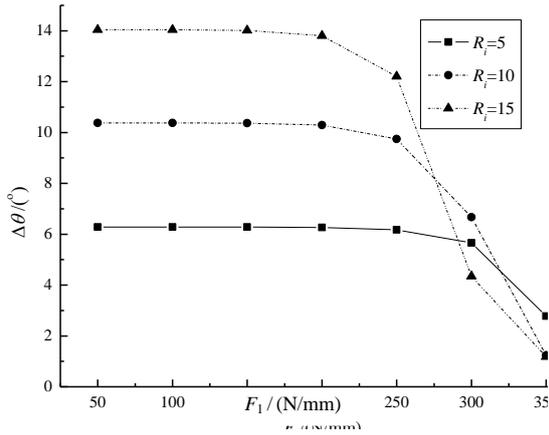


图 5 切向拉力对拉弯成形板料回弹量的影响

Fig.5 Effect of stretching force on the springback of sheet stretch-bending

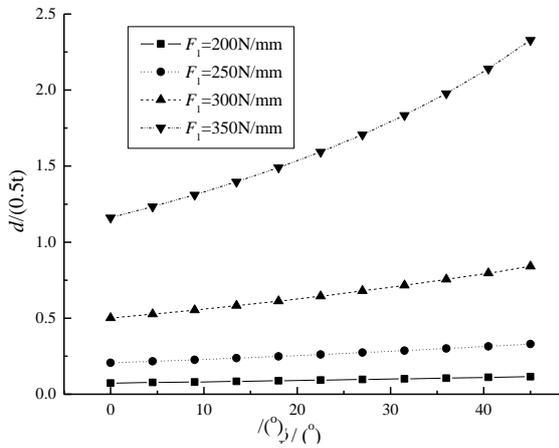


图 6 凸模圆角半径为 10mm, 不同切向拉力下 $d/(0.5t)$ 随 ϕ 的变化图

Fig.6 Relationship of $d/(0.5t)$ and ϕ of $R_1=10\text{mm}$ under the condition of various stretching forces

当凸模圆角半径为 10mm, 摩擦因数为 0.125, 切向拉力分别为 200N/mm、300N/mm 及 350N/mm, 表 3 对比了本文理论模型和数值模拟预测本算例的回弹值。有限元数值模拟是应用 ABAQUS/Standard 中隐式求解器完成的, 考虑到与拉弯成形回弹理论模型的一致性, 本文采用 Hill48 各向异性屈服准则、各向同性指数强化材料模型及平面应变单元 CPE4R 模拟该算例。因 CPE4R 为缩减积分单元, 为避免数值模拟过程中可能出现零能模式, 本文采用增强沙漏能控制方法以减小沙漏能对回弹精度的影响。同时为提高数值模拟精度, 在板厚方向上采用 8 层 CPE4R 单元模拟板料拉弯成形及回弹过程。从表 3 看出, 本文理论模型预测本算例的回弹结果与有限元数值模拟结果很接近。

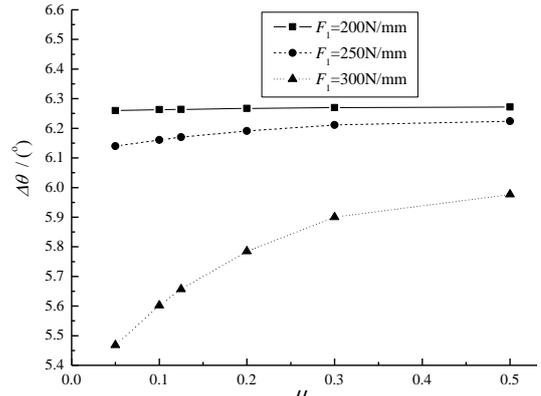


图 7 摩擦因数对拉弯成形板料回弹量的影响

Fig.7 Effect of friction on the sheet springback of stretch-bending

表 1 铝合金(6111-T4)的材料属性值

Table 1 Material parameters of aluminum alloy (6111-T4)

材料	E/GPa	ν	YS/MPa	K/MPa	n	t/mm	\bar{r}	$\bar{\epsilon}_{lim}$
铝合金 6111-T4	70.5	0.346	194.1	550.4	0.223	1	0.894	0.207

表 2 各向异性参数对板料拉弯成形回弹量的影响

Table 2 Effect of anisotropy on the springback of sheet stretch-bending

各向异性参数 \bar{r}	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
$\Delta\theta/(\circ)$	5.880	6.009	6.140	6.272	6.405	6.540

表 3 理论模型和数值模拟预测拉弯成形回弹量的对比

Table 3 Comparison of sheet stretch-bending obtained from the analytical model and from FEM

切向拉力	100N/mm	200N/mm	300N/mm
理论模型预测的回弹角 $\Delta\theta/(\circ)$	10.373	10.290	6.673
数值模拟预测的回弹角 $\Delta\theta/(\circ)$	10.123	9.958	6.347

3 结论

本文针对板料拉弯成形回弹问题, 基于平面应变假设, 采用服从 Hill 平方屈服准则和指数强化材料模型, 建立了板料拉弯成形回弹量预测的理论模型。应用该模型计算了一拉弯成形回弹实例, 分析了单位宽度切向拉力、凸模圆角半径、摩擦因数及各向异性参数对板料回弹量的影响。研究结果表明, 只有当中性层偏移距离超过板厚的四分之一时, 增大切向拉力才能有效地控制板料回弹量, 而且弯曲半径越大, 增大切向拉力控制板料的回弹量越为有效, 然而拉力不能无限制的增大, 它的计算

准则为板料最外层的等效应变应不大于极限应变。同时还表明,摩擦因数对板料回弹量的影响随切向拉力的增大变得更为显著,而各向异性参数对板料拉弯成形回弹量的影响也较为明显。与有限元数值模拟预测结果的对比表明,本文理论模型预测板料拉弯成形回弹量与有限元数值模拟结果很接近。

参考文献:

- [1] 陈毓勋. 板材和型材弯曲回弹控制原理与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1990.
Chen Yuxun. The control principle of springback for sheet and profiled beam [M]. Beijing: Defense Industry Press, 1990. (in Chinese)
- [2] Yu T X, Johnson W. Influence of axial force on the elastic-plastic bending and springback of a beam [J]. Journal of Mechanical Working Technology, 1982, 6: 5~21.
- [3] El-Domiati A L Y, Shabaik A H. Bending of work-hardening metals under the influence of axial load [J]. Journal of Mechanical Working Technology, 1984, 10: 57~66.
- [4] Nader Asnafi. On springback of double-curved autobody panels [J]. International Journal of Mechanical Science, 2001, 43(1): 5~37.
- [5] El-Domiati A A, Shabara M A N, Al-Ansary M D. Determination of stretch-bendability of sheet metal [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 1996, 36(5): 635~650.
- [6] El-Domiati A A, Elsharkawy A A. Stretch-bending analysis of U-section beams [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 1998, 38: 75~95.
- [7] Paulsen Frode, Welo Torgeir. Application of numerical simulation in the bending of aluminum-alloy profiles [J]. Journal of Materials Processing Technology, 1996, 58: 274~285.
- [8] 金朝海, 周贤宾, 刁可山, 李晓星. 铝合金型材拉弯成形回弹的有限元模拟[J]. 材料科学与工艺, 2004, 112(14): 394~397.
Jin Zhaohai, Zhou Xianbin, Diao Keshan, Li Xiaoxing. Springback analysis for stretch bending of aluminum profile [J]. Material Science & Technology, 2004, 112(14): 394~397. (in Chinese)
- [9] Clausen A H, Hopperstad O S, Langseth M. Sensitivity of model parameters in stretch bending of aluminum extrusions [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2001, (43): 427~453.
- [10] Hill R. The mathematical theory of plasticity [M]. Oxford, London, 1950.

(上接第 65 页)

- [4] 于治会. 一般三线摆的振动特点[J]. 宇航计测技术, 2002, 22(6): 23~33.
Yu Zhihui. The oscillating characters of the general trilinear torsion pendulum [J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 2002, 22(6): 23~33. (in Chinese)
- [5] Okuma M, Shi Q, Oho T. Development of experimental spatial matrix identification method (presentation of current theory and basic verification with a frame structure) [J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 219(1): 5~22.
- [6] Olli N, Kari S, Juha T. Experimental methods for determining rigid body inertia properties from frequency response functions of medium speed diesel engines [C]. Proceedings of the 11th International Modal Analysis Conference, IMAC, 1993. 1121~1125.
- [7] Masaaki O, Ward H, Paul S. Identification of rigid body properties of 3-D frame structure by MCK identification method [C]. Proceedings of the 25th International Conference on Noise & Vibration Engineering, ISMA25, 2000. 1217~1223.
- [8] Fregolent A, Sestieri A. Identification of rigid body inertia properties from experimental data [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1996, 10(6): 697~709.
- [9] Pandit S M, Hu Z O. Determination of rigid body characteristics from time domain modal test data [J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 177(1): 31~41.
- [10] Butsuen T, Ookuma M, Nagamatsu A. Application of direct system identification method for engine rigid body mount system [C]. SAE Technical Paper Series 860511, 1986.