

文章编号: 1000-4750(2009)01-0142-07

基于结构多尺度模拟和分析的 大跨斜拉桥应变监测传感器优化布置研究

张政华, 毕 丹, *李兆霞

(东南大学工程力学系, 南京 210096)

摘 要: 该文以润扬大桥斜拉桥钢箱梁结构为研究对象, 针对结构安全评估为目标的大跨桥梁结构健康监测系统中应变传感器的优化布置问题, 提出了一个基于桥梁结构多尺度模拟和结构响应分析结果进行应变传感器优化布置的方法。通过斜拉桥脊梁梁模型来研究确定钢箱梁的关键截面, 通过子模型方法实现钢箱梁结构的多尺度模拟和从结构整体到主要局部构件中的应力状态分析, 据此进一步分析和确定斜拉桥健康监测系统中钢箱梁结构应变传感器的安装位置, 并用在润扬斜拉桥上进行的静动载试验的测试结果验证了结构整体与局部响应分析结果, 从而间接验证了应变传感器优化布置结果的正确性。

关键词: 斜拉桥; 钢箱梁; 多尺度模拟; 优化布置; 应变传感器; 局部应力分析

中图分类号: TU317; U448.27 **文献标识码:** A

RESEARCH ON OPTIMAL PLACEMENT OF STRAIN SENSORS IN DECK OF CABLE-STAYED BRIDGES BASED ON MULTI-SCALE MODELING AND ANALYSIS

ZHANG Zheng-hua, BI Dan, *LI Zhao-xia

(Department of Engineering Mechanics, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The key issue on optimal placement of strain sensors inside the steel beam of cable-stayed bridge was studied for the purpose of the safety evaluation using the structural health monitoring system. A novel optimization method base on the analyses of global and local responses of the multi-scale model of the bridge was proposed, and the Runyang cable-stayed bridge was studied to illustrate the application of the optimization method. The simplified model of the bridge was first developed in order to obtain the key sections of the bridge deck; then, the stress distribution in the global structure and local components were presented by the sub-modeling and multi-scale simulation; finally, the places for installing strain sensors were obtained from the results of the above analyses. The accuracy of the estimated responses indicated by the sensors in the optimal placement was verified indirectly by a comparison between the testing results and simulation results of the static and dynamic response of the bridge.

Key words: cable-stayed bridge; steel box beam; multi-scale modeling; optimal placement; strain sensors; analysis of local stress

目前健康监测系统广泛应用于桥梁等大型复杂的土木工程结构, 通过布置在结构上的传感器长

期的在线监测, 获得结构在运营状态下结构的真实响应, 并有效利用监测信息反演结构的性态, 制定

收稿日期: 2007-07-17; 修改日期: 2008-03-24

基金项目: 国家自然科学基金项目(10672038, 90715014)

作者简介: 张政华(1983—), 女, 山东人, 硕士生, 从事结构健康监测、损伤检测与状态评估研究(E-mail: sally1983zzh@126.com);

毕 丹(1982—), 男, 江苏人, 硕士, 从事结构损伤检测与安全评估研究(E-mail: bidan@seu.edu.cn);

*李兆霞(1957—), 女, 江苏人, 教授, 博士, 博导, 从事结构损伤检测与安全评估研究(E-mail: zhxli@seu.edu.cn).

合理的维修养护计划, 保证结构在运营期间的安全。结构健康监测系统的有效运行离不开传感器布设系统, 传感器的优化布置(传感器类型、位置和数量)对监测结果起决定性的作用, 传感器的优化布置成为健康监测系统的关键。目前传感器优化布置的研究大多是针对动力监测项目的加速度传感器的优化, 而用于安全评估的静力监测项目的应变传感器优化的研究较少, 而且大多是基于简单桥梁结构在整体结构分析的基础上获得应变传感器的布置方案^[1-3]。对于大跨斜拉桥、悬索桥等复杂的桥结构, 目前虽已有学者对结构的局部应力状态和危险区域进行了研究^[4-7], 但是没有应用于健康监测系统中应变传感器的优化布置上来, 而且在结构分析模型的精度, 以及构件之间约束条件的模拟上都不够准确, 很难为结构健康监测系统中应变传感器的优化布置提供可靠的依据。

本文以润扬斜拉桥为具体的工程背景研究结构健康监测系统中应变传感器的优化布置问题, 提出了一个基于桥梁结构多尺度模拟和结构响应分析结果进行应变传感器优化布置的方法, 本文用子模型方法实现钢箱梁结构的多尺度模拟, 并在分析结构从整体到主要局部构件的应力状态的基础上探讨应变传感器的优化布置方法。

1 应变传感器优化布置的原则和方法

对于结构的安全评估而言, 显然应变传感器布置的越多, 得到的结构局部响应信息越多, 从而更有利于分析得到结构的真实性态, 但传感器和数据处理设备比较昂贵, 并且应变传感器安装过程中存在诸多不便, 所以从经济和实际的角度考虑, 一种好的应变传感器布置方案应该做到^[8]:

1) 使应变传感器系统的设备、数据处理、传输的费用达到最少。

2) 在含噪声的环境里, 用尽可能少的应变传感器获得全面精确的结构参数信息。

3) 测得的数据信息与有限元模型分析的结果建立起对应关系, 以便更好的改善桥梁的健康监测评估系统。

针对大跨斜拉桥的结构特点, 基于以上布置原则, 并考虑到有限元分析方法的精度和计算效率, 本文提出了基于有限元多尺度模拟和分析的应变监测传感器布置方法如下:

1) 首先建立斜拉桥的脊骨梁简化模型, 目标是确定斜拉桥钢箱梁的关键截面。

2) 建立结构的三维整体有限元模型, 其主要目标是通过三维整体有限元模型更好地模拟主梁危险节段的边界条件、进行结构三维整体应力分析确定关键截面上的关键部位及其构件。

3) 建立关键截面的局部梁段精细的有限元模型, 用子模型方法^[9]进行局部模型与整体模型的衔接, 从而实现钢箱梁结构整体应力分布和关键部位局部应力的多尺度模拟和分析。

4) 用局部梁段精细有限元模型对关键局部构件进行局部应力分析, 据此确定应变传感器的优化布置方案。

2 润扬斜拉桥钢箱梁结构响应多尺度模拟

润扬长江公路大桥北汊斜拉桥, 主跨 406m, 是双塔三跨双索面斜拉桥, 跨径布置为 175.4m+406m+175.4m。为全封闭、双向六车道高速公路。该桥的主要结构部件包括桥塔、桥面系、斜拉索、边墩和支承连接装置(支座)等。主梁采用扁平闭口流线型钢箱梁, 其翼缘为正交异性板结构。

2.1 整体结构的脊骨梁模型与关键截面的确定

在应变传感器优化布置过程中, 首先需要确定桥梁在荷载作用下的不利受力位置和整个空间上的不利受力区域即确定关键截面。关键截面是在结构的整体静动力响应的基础上得到的, 不需要考虑其结构内部复杂的内力情况, 为了兼顾计算效率, 只需建立简化的脊骨梁模型就可以达到上述目标。

润扬斜拉桥简化脊骨梁模型的建立过程中, 主要采用了以下方式对结构进行模拟: 拉索采用三维桁架单元模拟; 主梁用梁单元模拟, 索塔塔柱及横梁采用梁单元模拟, 塔与地面的六个自由度固结, 桥面板和索塔中塔柱的横桥向自由度耦合, 索塔下横梁和桥面板的竖向位移耦合。建成后的简化脊骨梁模型如图 1 所示。

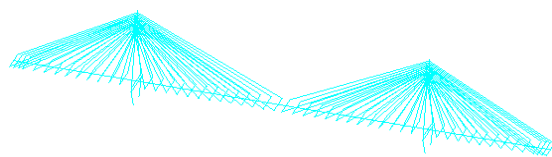


图 1 润扬斜拉桥脊骨梁简化模型

Fig.1 The simplified model of Runyang cable-stayed bridge

对于大跨斜拉桥这种复杂的桥梁结构,在车辆荷载作用下受轴力、弯矩、剪力、扭矩等作用,静力应变传感器主要监测轴力和弯矩指标^[10]。在大跨桥梁设计过程中,一般都是选取 1/2 主跨、1/4 主跨、索塔支座处、1/2 边跨的位置作为控制截面,本文通过对这四个截面进行分析选取响应较大的危险截面作为关键截面。

通过移动单位荷载法,对桥梁整体结构的影响线进行分析得到轴力最大(索塔截面)和弯矩最大(1/2 主跨)时的最不利加载位置后,在脊骨梁模型上施加恒荷载和车辆荷载,通过计算恒荷载和活荷载的最不利内力组合,得到主梁的危险梁段为 1/2 主跨和索塔截面,即关键截面为 1/2 主跨截面和索塔截面。

2.2 用于应变传感器布置研究的全桥结构三维模型及其验证

目前用于大跨斜拉桥整体结构分析的模型大多采用由空间杆单元和梁单元组成的空间脊骨模型,即上节的脊骨梁模型,该模型的计算结果趋于保守又有诸多弊端,如无法准确模拟桥面系各部分质量分布的差异,无法准确建立整体分析模型与局部精细模型边界的有效连接条件等。因此,从研究结构应力分布的需要^[11]出发,我们进一步建立了一个既能准确反映桥梁的整体响应又能全面、正确地反映扁平钢箱梁结构的整体静、动力响应特性的斜拉桥三维整体有限元模型。

在建立润扬斜拉桥三维整体有限元模型的过程中,索塔和过渡墩采用三维梁单元模拟,桥面板和 U 形肋采用正交异性材料的壳单元模拟,横隔板采用壳单元模拟,斜拉索采用空间杆单元模拟。塔与地面的六个自由度都是固结,桥面板和索塔中塔柱的横桥向自由度耦合,索塔下横梁和桥面板的竖向位移耦合,过渡墩与桥面板之间竖向自由度耦合,其它自由度自由。模型的其他参数设定详见参考文献[12]。

本文采用基于灵敏度分析的模型修正方法对建立的三维整体有限元模型进行了修正,限于篇幅,在此不进行详述,详见参考文献[12]。建立并修正的润扬斜拉桥整体结构三维有限元模型,如图 2 所示。

润扬桥建成后进行了静动载试验^[13],通过试验测试得到的结构模态与有限元模型计算的模态以及二者的对比情况,如表 1 所示。

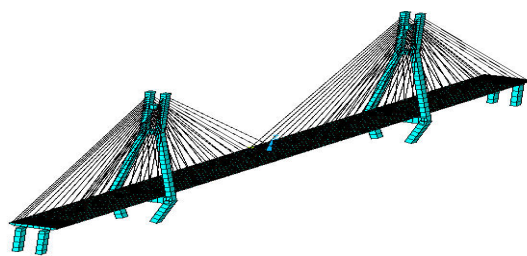


图 2 润扬斜拉桥结构三维有限元模型

Fig.2 The three-dimensional FE model of Runyang cable-stayed bridge

表 1 有限元模型的自振频率与实测频率比较

Table 1 Comparison of natural frequencies between FE model calculated values and test ones

振型描述	有限元模型 计算值	实测值	误差/(%)	MAC 值
一阶对称竖弯	0.3002	0.3125	-4.09	0.9835
一阶反对称竖弯	0.4145	0.4102	-1.04	0.9749
二阶对称竖弯	0.6885	0.6494	5.68	0.9565
二阶反对称竖弯	0.7633	0.7227	5.32	0.9822
一阶对称侧弯	0.8000	0.7730	3.76	0.9381
三阶对称竖弯	0.8859	0.8496	4.09	0.9667
三阶反对称竖弯	1.0585	—	—	—
一阶对称扭转	1.1066	1.0840	2.04	0.9522
一阶反对称扭转	1.7100	1.6847	1.48	0.8781

从表 1 可以看出,三维整体有限元模型计算的模态分析结果与实测数据的模态分析结果相差不大,误差都在 6%以内,MAC 值也反映了有限元计算值和实测值相关性较高。因此可以认为本节建立的三维整体有限元模型能够全面、正确地反映扁平钢箱梁结构的整体静、动力特性,可以为斜拉桥的应变传感器优化布置提供可靠的依据。

2.3 用于应变传感器布置研究的局部梁段子模型及其验证

本节在 2.1 节得到关键截面基础上进一步解决通过何种途径才能准确获知应变传感器具体布置位置的问题。钢箱梁由于构件较多,在荷载作用下各构件应力分布较为复杂,2.2 节建立的三维整体有限元模型难以达到分析精度的要求,本文在研究过程中采用了多尺度模拟的方法,即在三维整体有限元模型的基础上建立一个局部梁段子模型,用于准确模拟钢箱梁各构件的复杂应力状态。

润扬斜拉桥局部梁段子模型采用壳单元和梁单元对桥面板、纵向 U 形肋、横隔板、纵隔板和腹板进行了精细模拟,图 3 为局部梁段子模型。

局部模型与整体模型连接通常用子模型和子结构的方法,本文采用子模型方法建立钢箱梁整体

尺度模型与局部构件尺度模型之间的“双向”连接。针对状态评估而言,在三维整体有限元模型中模拟桥梁实际运营载荷作用并将其“传递”到局部梁段分析模型中,以便更准确模拟关键截面处局部构件的荷载情况,即根据整三维整体有限元模型的节点位移确定结构局部梁段子模型相应位置节点的位移边界条件,用相应的恒载和考虑为节点力的拉索力^[14]来模拟局部梁段子模型的载荷条件。详见参考文献[12]。

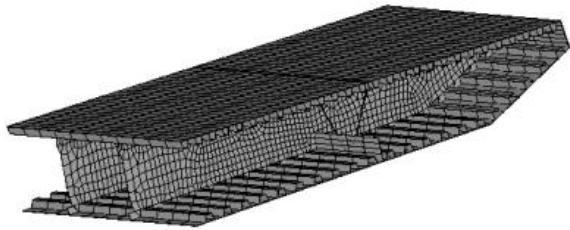
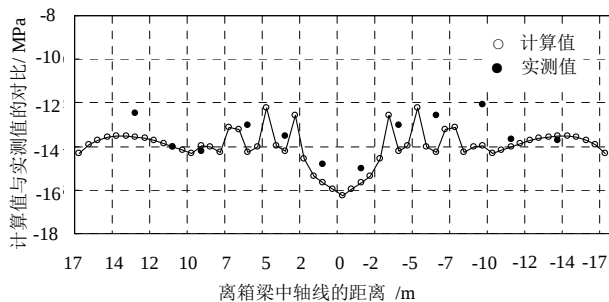


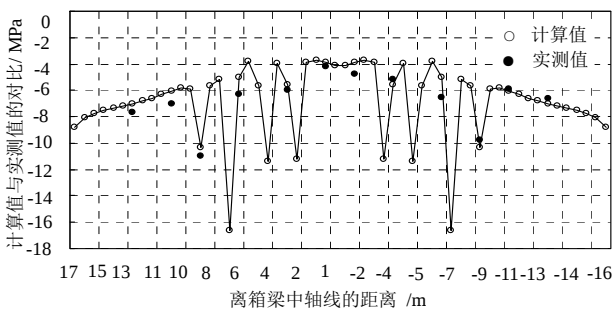
图3 局部梁段子模型(部分)

Fig.3 Sub-model of local beam section

润扬桥建成以后进行的静动载试验也同时测试了结构主要部位的应变值,据此可得到相关的应力响应测试结果,图4是主跨跨中截面部分构件的应力响应与有限元模拟分析结果的对比情况。



(a) 顶板纵向弯曲应力横向分布图



(b) 顶板U形肋纵向弯曲应力横向分布图

图4 主跨跨中截面部分构件的应力响应与有限元模拟的分析结果对比

Fig.4 Comparison of stress response of components in mid-span cross-section between the measured and calculated values

从图4中很容易看出顶板和顶板U形肋各测点的应力计算值与实测值吻合良好,从而说明本文采用的钢箱梁子模型的边界条件模拟方法能使局部构件模型较有效地“嵌入”到整体结构模型中,也进一步得出建立的局部梁段精细有限元模型的有效性。

通过上述分析可以得出,本节针对润扬斜拉桥应变传感器的优化布置建立的多尺度模型具有很强的可行性,可以为健康监测系统中应变传感器的布置提供可靠的依据。

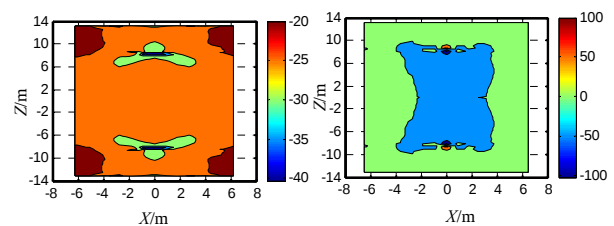
3 基于结构多尺度响应分析的应变传感器优化布置

上述对润扬斜拉桥进行了多尺度模拟,分析了结构从整体到主要局部构件的响应,并与该桥静动载试验得到的相关测试结果进行了比较,验证了多尺度模拟与分析结果的正确性。下面通过有效的局部梁段子模型对整桥的关键截面的局部构件的应力状态进行分析,在分析的基础上,针对各构件的应力分布情况确定应变传感器的具体安装位置。由于钢箱梁构件较多,限于篇幅,这里只选择了关键截面处部分构件来说明如何通过分析局部构件中的应力状态来确定应变传感器的安装部位。

3.1 塔梁结合处截面底板应变传感器的优化布置分析与结果

图5为塔梁结合处底板的应力分布情况,从图5中可以清楚地看出纵桥向主要受压,在支座处出现应力值较大的区域;横桥向的压应力和拉应力在支座位置都比较大;较大的主压应力也出现在支座位置,而在横隔板和纵隔板、腹板相交处主压应力较小,这主要是因为底板在塔梁结合处受支座的影响较大,出现明显的应力集中现象。

根据分析的结果,塔梁结合处底板的应变计应主要布置在支座附近,重点监测其应力较大的部位的应力状态,为安全评估提供可靠的依据。



(a) 纵桥向 σ_x /MPa

(b) 横桥向 σ_z /MPa

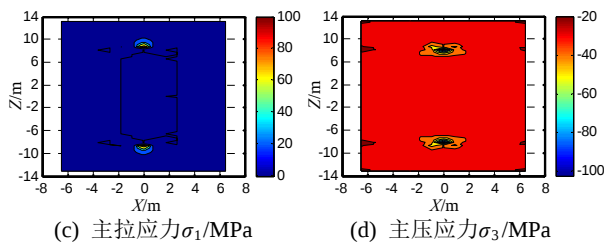


图 5 塔梁结合处截面底板应力分布

Fig.5 Stress distribution of bottom plate in the combined section of girder and beam

底板各方向的应力数值都比较大。并且在数量级上有较大差距，为了更好的监测到底板的最大主应力，采用三向应变计。

3.2 跨中截面顶板应变传感器优化布置分析与结果

从图 6 可以看出，跨中截面顶板主要受压应力，车轮荷载作用区域的纵向压应力、横向压应力和主压应力都比较大；在顶板中央出现纵向带状的主压应力分布区域；顶板受到的压应力在纵向分布的区

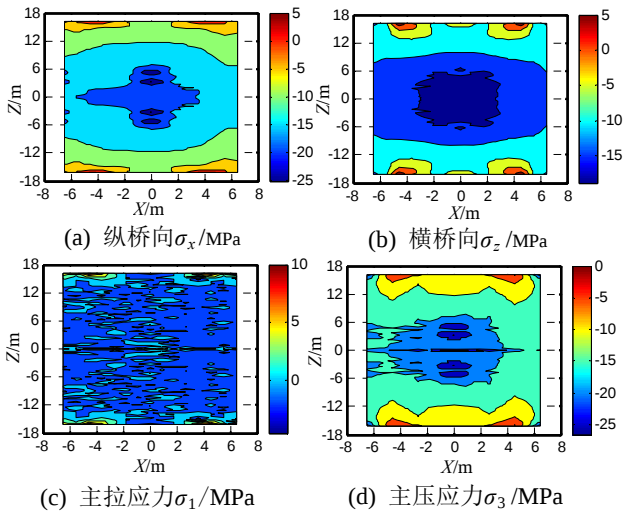


图 6 跨中截面顶板应力分布

Fig.6 Stress distribution on the top plate in the mid-span section

域较横向大，这主要是正交异性钢桥面板的纵向刚度大于横向刚度引起的。

根据上述分析，跨中截面顶板的应变计应主要分布在车轮荷载区域和顶板中央条带区域。

跨中截面顶板的应力分布在各个方向都比较大，应力分布状态较为复杂，用三向应变计来监测顶板的应力主向。

3.3 跨中截面和塔梁结合处截面的应变传感器布置方案

采用同样的分析方法对钢箱梁的其他构件进行应力状态的分析，确定的塔梁结合处截面和跨中截面梁段的应变传感器优化布置方案如图 7、图 8 所示，表 2 给出了图 7—图 8 中测点前缀代表的构件区域。从以上分析及得到的结果可知：采用多尺度模拟与分析的方法进行应变传感器优化布置可以准确获知应变传感器布设的位置，并且可以根据局部构件的应力状态选择应变片的采集方向，克服了传统布片仅仅依据整体结构应力分析确定应变传感器布置位置并按经验确定应变片采集方向的弊端，并在一定程度上节省了经济成本。从而可以认为本文针对大跨斜拉桥结构采用的多尺度模拟与分析的方法确定的应变传感器的优化布设方案能在节省经济成本的情况下全面、有效地获知桥梁局部构件的响应情况。

表 2 测点前缀代表的构件区域

Table 2 The component area represented by the measurement point symbols

T	TU	B	BU	BC	H	F
顶板	顶板 U 形肋	底板	底 U 形肋	侧底板	横隔板	腹板

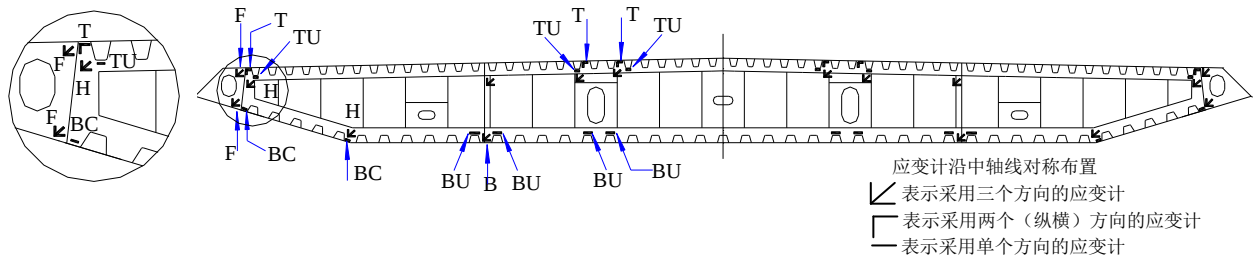


图 7 塔梁结合处应变计分布情况

Fig.7 Strain sensors arrangement on the section combined tower with girder

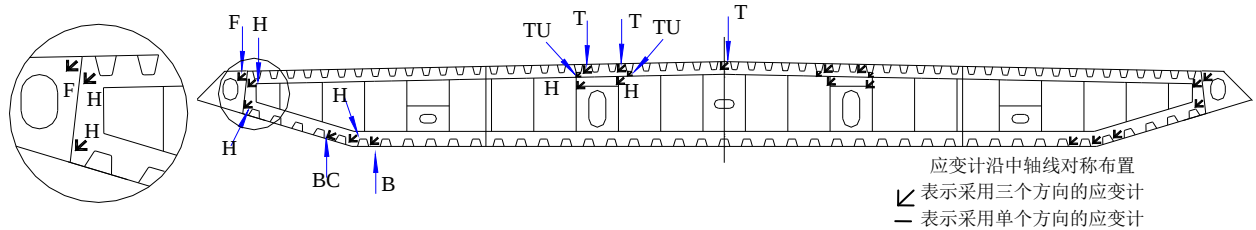


图8 跨中截面应变计分布情况

Fig.8 Arrangement of strain sensors on the section of midspan

4 结论

本文以润扬斜拉桥为工程背景,研究了大跨斜拉桥健康监测系统中的应变传感器优化布设方法,提出了基于桥梁结构多尺度模拟与结构局部应力分析确定钢箱梁结构中的关键部位并据此布置应变传感器的方法和策略。其主要做法为:首先通过斜拉桥的脊骨梁简化模型,确定了斜拉桥钢箱梁的关键截面;然后建立了斜拉桥的三维整体结构分析模型和关键局部梁段的精细模型,通过子模型方法实现从三维结构整体有限元应力响应分析到关键部位的局部应力分布计算,并将结构整体与局部应力计算结果与该桥动静载试验得到的相关测试结果进行比较,验证了结构多尺度模拟结果的正确性;最后通过对关键局部梁段中主要构件的局部应力分布状态的分析,确定了应变传感器优化布置的方案。

研究表明,基于桥梁结构多尺度模拟与分析结果确定的应变传感器布置方案,克服了传统布片方法仅仅依据整体结构应力分析的不足,可以在节省经济成本的情况下全面、有效的监测到结构局部响应的参数信息,说明本文针对大跨斜拉桥提出的基于结构多尺度模拟与分析的应变传感器布置方法具有较好的可行性。当然,本文提出的基于结构多尺度模拟和分析进行应变传感器优化布设的方法只是从考虑结构关键部位这样一个方面进行的优化布置,还没有考虑到在应变传感器优化设计中应该考虑的一些其他因素,但本文研究的基于结构多尺度模拟和分析的应变监测传感器优化布置方法和策略可以为应变监测传感器的布设方案的优化提供一个方面的参考。

参考文献:

- [1] 谭冬莲, 肖汝诚. 桥梁监测系统中复杂结构的静力应变传感器优化配置方法[J]. 公路, 2006(6): 105—108.
Tan Donglian, Xiao Rucheng. Optimal placement of

static strain sensors of complicated bridge structure in bridge monitoring system [J]. Highway, 2006(6): 105—108. (in Chinese)

- [2] 淡丹辉, 何广汉. 基于静态应变测量桥梁结构传感器优化布置法[J]. 工程设计 CAD 与智能建筑, 2002(2): 53—56.
Dan Danhui, He Guanghan. Optimal placement method base on static-strain measurement in bridge structure [J]. Engineering Design CAD and Intelligent Building, 2002(2): 53—56. (in Chinese)
- [3] 王建华, 胡大琳, 白鹏翔. 桥梁静动载试验应变测量新技术[J]. 重庆交通学院学报, 2006, 25(2): 16—19.
Wang Jianhua, Hu Dalin, Bai Pengxiang. The new technology of strain-measurement for bridge static-dynamic load testing [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University, 2006, 25(2): 16—19. (in Chinese)
- [4] 刘丽萍, 王应良. 南京长江第二大桥南汉主桥流线形薄壁扁平钢箱梁分析的新方法[J]. 公路交通科技, 2004, 21(7): 51—53.
Liu Liping, Wang Yingliang. New analysis methods of Nanjing Yangtze river second bridge streamline flat thin-walled box girder [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2004, 21(7): 51—53. (in Chinese)
- [5] 王应良. 大跨度斜拉桥考虑几何非线性的静、动力分析和钢箱梁的第二体系应力研究[D]. 西安: 西南交通大学, 2000.
Wang Yingliang. Analysis of geomertical nonlinear influence on longspan cable-stayed bridge's static behavior and the second system stress of steel box girder [D]. Xi'an: Southwest Jiaotong University, 2000. (in Chinese)
- [6] 刘清平, 王静峰. 斜拉桥钢箱梁在车辆荷载作用下的局部应力分析[J]. 长江大学学报(自然版), 2004, 1(2-3): 47—50.
Liu Qingping, Wang Jingfeng. Analysis of local stress of steel box girder in cable-stayed bridge under the vehicle load [J]. Journal of Yangtze University (Natural Science Edition), 2004, 1(2-3): 47—50. (in Chinese)
- [7] 刘腾喜, 罗松南. 斜拉桥拉索锚区箱梁的空间应力分析[J]. 湖南大学学报, 1996, 23(4): 42—45.
Liu Tengxi, Luo Songnan. Analysis of spatial stresses of box girder with cable anchorage in cable-stayed bridge

- [J]. Journal of Hunan University, 1996, 23(4): 42—45. (in Chinese)
- [8] Udawadia F E. Methodology for optimum sensor locations for parameter identification in dynamic systems [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1994, 120(2): 368—390.
- [9] Cook R D. Concepts and applications of finite element analysis [M]. New York: Jhon Wiley & Sons, 1981.
- [10] 邵旭东. 桥梁工程[M]. 北京: 人民交通出版社, 2004. Shao Xudong. Bridge engineering [M]. Beijing: China Communications Press, 2004. (in Chinese)
- [11] 李兆霞, 李爱群, 陈鸿天. 大跨桥梁结构以健康监测和状态评估为目标的有限元模拟[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2003, 33(5): 562—572.
Li Zhaoxia, Li Aiqun, Chen Hongtian. Finite element modeling for health monitoring and condition assessment of long-span bridges [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2003, 33(5): 562—572. (in Chinese)
- [12] 毕丹. 复杂土木结构健康监测系统传感器优化布置研究[D]. 南京: 东南大学, 2006.
Bi Dan. Research on sensor optimal placement in complex civil structures for health [D]. Nanjing: Southeast University, 2006. (in Chinese)
- [13] 江苏省长江公路大桥建设指挥部. 润扬大桥静动载试验报告[R]. 南京: 江苏省长江公路大桥建设指挥部, 2005.
Construction Commanding Department of Jiangsu Provincial Yangtze River Highway Bridge. Report of static and dynamic loading test of Runyang bridge [R]. Nanjing: Construction Commanding Department of Jiangsu Provincial Yangtze River Highway Bridge, 2005. (in Chinese)
- [14] 邱波, 王荣辉, 刘光栋. 考虑隅角点承托刚性影响薄壁箱梁的空间计算分析[J]. 中国公路学报, 2003, 16(1): 50—53.
Qiu Bo, Wang Ronghui, Liu Guangdong. Spatial computational analysis of considering rigidity of box corner reinforcement part for thin-walled box girder [J]. China Journal of Highway and Transport, 2003, 16(1): 50—53. (in Chinese)

(上接第 141 页)

- [7] Brara A, Klepaczko J R. Experimental characterization of concrete in dynamic tension [J]. Mechanics of Materials, 2006, 38: 253—267.
- [8] 胡时胜, 张磊, 武海军, 巫绪涛. 混凝土材料层裂强度的实验研究[J]. 工程力学, 2004, 21(4): 128—132.
Hu Shisheng, Zhang Lei, Wu Haijun, Wu Xutao. Experimental study on spalling strength of concrete [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(4): 128—132. (in Chinese)
- [9] 张磊, 胡时胜. 混凝土层裂强度测量的新方法[J]. 爆炸与冲击, 2006, 26(6): 537—542.
Zhang Lei, Hu Shisheng. A novel experimental technique to determine the spalling strength of concretes [J]. Explosion and Shock Waves, 2006, 26(6): 537—542. (in Chinese)
- [10] Sébastien H, Frédéric V D, Laurent D. Discrete element modeling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates [J]. Computers & Structures, 2004, 82 (29/30): 2509—2524.