

文章编号: 1000-4750(2009)02-0016-05

考虑应力重分布的深埋圆形透水隧洞弹塑性解

*刘成学^{1,2,3}, 杨林德^{1,2}, 李 鹏^{1,2}

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 3. 深圳市地铁有限公司, 深圳 518026)

摘 要: 引进应力调整系数考虑岩体应力重分布的影响, 针对渗流作用下深埋圆形隧洞求得了塑性半径和弹塑性应力解析解。通过该解答与考虑及不考虑渗流影响的弹性解进行实例对比表明: 应力重分布的影响不能忽略。应力重分布使得环向应力增大, 径向应力减小。渗透作用使得应力比不考虑渗透时减小, 且在远离隧洞一定距离处径向应力超过环向应力。当内水水头较小时, 塑性半径比不考虑渗流时略大, 且塑性半径随着内水水头的增大而逐渐减小直到塑性区消失。

关键词: 应力场; 应力重分布; 圆形隧洞; 渗流场; 弹塑性力学

中图分类号: O357.3 文献标识码: A

ELASTIC-PLASTIC ANALYTICAL SOLUTION OF DEEP BURIED CIRCLE TUNNEL CONSIDERING STRESS REDISTRIBUTION

*LIU Cheng-xue^{1,2,3}, YANG Lin-de^{1,2}, LI Peng^{1,2}

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China;

3. Shenzhen Metro co Ltd, Shenzhen 518026, china)

Abstract: In order to reflect the effects of stress redistribution, the stress adjustment coefficient is introduced in this paper to develop the elastic-plastic analytical solution of deep buried circle tunnel. The developed solution is compared with the elastic solution with and without the consideration of the seepage field, and it is found considering stress redistribution is necessary. The stress redistribution will increase the circumferential stress and decrease the radial stress. If the seepage field is considered, the stress will be underestimated, and the radial stress will exceed the circumferential stress at some positions far from the tunnel center. When the inner head is small, considering the seepage field will underestimate the plastic radius, which decreases with the enlarging of inner head until the plastic zone disappears eventually.

Key words: stress field; stress redistribution; circle tunnel; seepage field; elastic-plastic mechanics

地下水渗流以渗透体积力作用于岩土体, 因而影响到岩土体应力场与位移场的分布, 对于高水头条件下的深埋地下隧洞而言, 地下水渗流的影响尤其不能忽视。地下隧洞的解答^[1-7]以往多是在不考虑地下水渗流的情况下求得的。考虑渗流的影响,

以各因素轴对称假定为前提, 文献[8]首次求得了深埋地下隧洞的弹性解答。文献[9]将该课题的研究推进一步, 推导出深埋地下隧洞位移及应力的弹性及弹塑性解答。但是该解答没有考虑岩体的弹塑性变形所引起岩体应力重分布的影响, 因而理论上是不

收稿日期: 2007-09-11; 修改日期: 2007-11-01

基金项目: 国家自然科学基金项目(50378069); 国家自然科学基金、雅港江水电开发联合研究基金重点项目(50639090)

作者简介: *刘成学(1978—), 男, 湖南人, 博士生, 从事隧道与地下工程研究(E-mail: liucx007@163.com);

杨林德(1939—), 男, 江苏人, 教授, 中国岩石力学与工程学会副理事长, 从事隧道与地下工程研究(E-mail: yangldn1@163.com);

李 鹏(1983—), 男, 河南人, 硕士生, 从事隧道与地下工程研究(E-mail: pengli013770@163.com)。

严密的, 数学上也无法求得唯一确定的塑性半径。将岩体视为弹塑性材料, 就应当考虑由于岩体塑性性能发挥所引起塑性圈的出现, 及其相应的岩体应力场重分布。应力场重分布不仅涉及到塑性区内应力调整, 而且还将引起弹性区应力的变化。本文通过引入应力调整系数, 考虑应力重分布作用及渗流影响, 求得了深埋圆形透水隧洞弹塑性解析解。

1 弹性应力解答

无限大均质弹性体内一圆形隧洞如图 1 所示, 内径为 r_a , 内水水头为 h_a , 内压为 p_a ; 无限远处的水头为 h_0 , 外压为 p_0 , 其轴对称渗流场方程为:

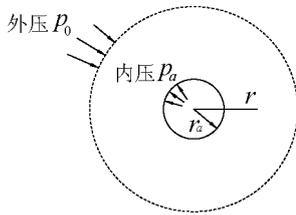


图 1 计算模型

Fig.1 Calculation model

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

其解答为:

$$H(r) = C_1 \ln r + C_2 \quad (2)$$

其中的待定常数 C_1 和 C_2 的确定需利用边界条件:

$$H(r)_{r=r_a} = h_a \quad (3)$$

$$H(r)_{r \rightarrow \infty} = h_0 \quad (4)$$

为方便求解, 边界条件式(4)应改写为:

$$H(r)_{r=\alpha r_a} = h_0 \quad (5)$$

其中 α 为一很大的数。最终可得:

$$H(r) = \frac{1}{\ln \alpha} \left(h_a \ln \frac{\alpha r_a}{r} + h_0 \ln \frac{r}{r_a} \right) \quad (6)$$

由此可得到渗透体积力为:

$$f_r = -\gamma_w \frac{d(\xi H)}{dr} = \frac{\gamma_w \xi (h_a - h_0)}{r \ln \alpha} \quad (7)$$

其中: ξ 为岩石有效孔隙水压力系数; γ_w 为水的重度。假定隧洞周围岩体为均质体, 忽略自重, 建立微元体的平衡微分方程为:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\gamma_w \xi (h_a - h_0)}{r \ln \alpha} = 0 \quad (8)$$

式中 σ_r 和 σ_θ 分别为径向应力和环向应力, 规定拉应力为正, 压应力为负, 文中所有应力均为有效应力, 后面不再重复说明。应力边界条件为:

$$(\sigma_r)_{r=r_a} = -p_a \quad (9)$$

$$(\sigma_r)_{r \rightarrow \infty} = -p_0 \quad (10)$$

同样, 为方便求解, 边界条件式(10)改写为:

$$(\sigma_r)_{r=\beta r_a} = -p_0 \quad (11)$$

其中 β 为一很大的数。根据上述平衡微分方程和边界条件, 文献[9]求得应力弹性解答为:

$$\sigma_r = K_1 + K_2 (r_a / r)^2 - K_3 \ln r \quad (12)$$

$$\sigma_\theta = K_4 - K_2 (r_a / r)^2 - K_3 \ln r \quad (13)$$

其中 K_1, K_2, K_3, K_4 为常数, 计算表达式如下:

$$K_1 = \frac{E(-A_1 + A_2 \beta^2)}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)(\beta^2 - 1)} - \frac{\gamma_w \xi (h_a - h_0)}{2 \ln \alpha} \quad (14)$$

$$K_2 = \frac{E(A_1 - A_2) \beta^2}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)(\beta^2 - 1)} \quad (15)$$

$$K_3 = \frac{\gamma_w \xi (h_a - h_0)}{2(1 - \mu) \ln \alpha} \quad (16)$$

$$K_4 = \frac{E(-A_1 + A_2 \beta^2)}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)(\beta^2 - 1)} - \frac{\mu \gamma_w \xi (h_a - h_0)}{2(1 - \mu) \ln \alpha} \quad (17)$$

$$A_1 = \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}{E} \left[\frac{\gamma_w \xi (h_a - h_0)}{2 \ln \alpha} \left(\frac{\ln r_a}{1 - \mu} + 1 \right) - p_a \right] \quad (18)$$

$$A_2 = \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}{E} \left[\frac{\gamma_w \xi (h_a - h_0)}{2 \ln \alpha} \left(\frac{\ln(\beta r_a)}{1 - \mu} + 1 \right) - p_0 \right] \quad (19)$$

其中: E 为岩体弹性模量; μ 为泊松比。

2 弹塑性应力解答

考虑到洞周岩体塑性变形性能发挥引起应力重分布, 引入应力调整系数 λ , 假定重分布后弹性区岩体应力如下:

$$\sigma_r = K_1 + \lambda K_2 (r_a / r)^2 - K_3 \ln r \quad (20)$$

$$\sigma_\theta = K_4 - \lambda K_2 (r_a / r)^2 - K_3 \ln r \quad (21)$$

其中, 常数 $K_1 - K_4$ 仍按式(14)~式(17)计算。

应予指出, 重分布应力须仍满足平衡微分方程及相应应力边界条件。容易验证, 式(20)及式(21)仍能使平衡方程式(8)成立, 此处从略。此外, 由于当 $r = \beta r_a$ (β 为一很大的数)时, $(r_a / r)^2$ 趋近于零, 观察调整前后径向应力表达式(12)和表达式(20), 不难推断: 因式(12)能满足边界条件式(11), 则式(20)定能满足边界条件式(11)。

考虑岩体塑性变形性能后, 塑性区的岩体应力应满足洞壁处应力边界条件式(9)。

对于塑性区岩体, 满足屈服条件, 假定岩体服从 Mohr-Coulomb 屈服准则, 即:

$$\sigma_{\theta p} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_{rp} - \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (22)$$

式中, c 和 φ 分别为岩体的粘聚力和内摩擦角。

由于塑性区岩体仍满足平衡微分方程, 故联立式(22)与式(8), 最终可解得:

$$\sigma_{rp} = B - (p_a + B)(r/r_a)^{\frac{2\sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} \quad (23)$$

$$\sigma_{\theta p} = -\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} (p_a + B)(r/r_a)^{\frac{2\sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} + \frac{(1 + \sin \varphi) \gamma_w \xi (h_a - h_0)}{2 \sin \varphi \ln \alpha} + c \cot \varphi \quad (24)$$

式中 B 为常数, 计算公式为:

$$B = \frac{(1 - \sin \varphi) \gamma_w \xi (h_a - h_0)}{2 \sin \varphi \ln \alpha} + c \cot \varphi \quad (25)$$

容易验证, 式(23)能使边界条件式(9)得到满足。假定塑性区半径为 R_p , 由于塑性区与弹性区交界面处应力连续, 则根据式(20)一式(24)联立可求得 4 个未知数 λ 、 R_p 、 σ_{rp} 和 $\sigma_{\theta p}$ 。

令 $r = R_p$, 将式(20)与式(21)相加, 并将式(23)与式(24)代入则可以得到:

$$K_1 + K_4 - 2K_3 \ln R_p = \frac{2[B - (p_a + B)(R_p/r_a)^{\frac{2\sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - c \cos \varphi]}{1 - \sin \varphi} \quad (26)$$

这是关于塑性半径 R_p 的超越方程, 需试算或迭代求解。解得后代入式(23)与式(24)可得塑性区应力。将式(20)与式(23)联立, 可求得:

$$\lambda = \frac{B - (p_a + B)(R_p/r_a)^{\frac{2\sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} + K_3 \ln R_p - K_1}{K_2 (r_a/R_p)^2} \quad (27)$$

将式(27)代入式(20)与式(21)可得弹性区应力。

如令 $\lambda = 1$, 则退化为文献[9]不考虑应力重分布的弹性解答。文献[9]由 4 式(式(12)、式(13)、式(23)和式(24))联立来求三个未知数 R_p 、 σ_{rp} 和 $\sigma_{\theta p}$, 事实上无法求得唯一确定的解。因此不考虑应力重分布的影响, 不仅理论上不够严密, 而且在数学上也会求出矛盾的解答。这也说明视岩体为弹塑性材料计算岩体应力时考虑其重分布是必要的。

令式(20)与式(21)相等, 可得:

$$r = r_0 = r_a \sqrt{\frac{2K_2}{K_4 - K_1}} \quad (28)$$

此时 $\sigma_r = \sigma_\theta$ 。 r_0 的大小反映了径向应力与环向应力接近的快慢, 当 $h_a/h_0 < 1$ 时, $K_4 < K_1$, r_0 无解, 当 $h_a/h_0 = 1$ 时, $K_4 = K_1$, $r_0 \rightarrow \infty$, σ_r 和 σ_θ 将随 r 的增大而越来越接近于 $-p_0$, 即退化为经典弹性解。而当 $h_a/h_0 > 1$ 时, 由于 $\mu < 0.5$, $K_4 > K_1$, 当 $r < r_0$ 时 $\sigma_r > \sigma_\theta$; 当 $r = r_0$ 时 $\sigma_r = \sigma_\theta$; 当 $r > r_0$ 时 $\sigma_r < \sigma_\theta$; 这说明随着 r 的增大, σ_r 和 σ_θ 的相对大小出现交换。当 $r > r_0$ 时, 径向应力绝对值超过环向应力。此外, r_0 、 R_p 、 λ 均随 α 增大而增大; 从 α 的意义来看, α 越大, 计算结果越接近实际, 误差越小, 当 h_a/h_0 较大时尤其如此。计算表明取 $\alpha = 1.0 \times 10^{10}$ 可满足精度要求。

3 实例计算

下面用计算实例说明应力重分布对渗透作用下洞周岩体应力的影响。计算时, 将本文弹塑性解与文献[9]弹性解以及不考虑渗透作用的经典厚壁圆筒弹性解进行对比, 以揭示其规律。不考虑渗透作用的经典厚壁圆筒模型, 将内水压力视为面力施加在洞壁上, 其弹性应力解析解^[11]如下:

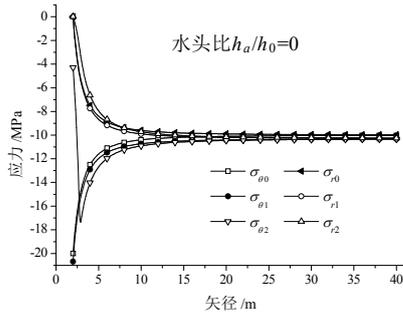
$$\sigma_{r0} = -\frac{\beta^2 r_a^2 / r^2 - 1}{\beta^2 - 1} p_a - \frac{1 - r_a^2 / r^2}{1 - 1/\beta^2} p_0 \quad (29)$$

$$\sigma_{\theta 0} = \frac{\beta^2 r_a^2 / r^2 + 1}{\beta^2 - 1} p_a - \frac{1 + r_a^2 / r^2}{1 - 1/\beta^2} p_0 \quad (30)$$

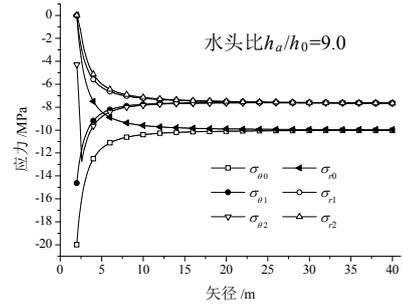
相应的塑性半径按照修正 Fenner 公式^[10]计算, 将内水压力视为支护压力, 可得到塑性半径计算式:

$$R_{p0} = r_a \left[\frac{(p_0 + c \cot \varphi)(1 - \sin \varphi)}{p_a + c \cot \varphi} \right]^{\frac{1 - \sin \varphi}{2 \sin \varphi}} \quad (31)$$

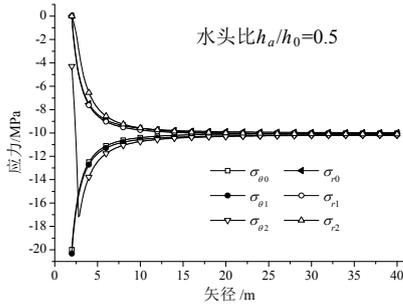
为便于比较, 选取计算参数与文献[9]相同: 内径 $r_a = 2\text{m}$, 无穷远处水头为 $h_0 = 50\text{m}$, 应力 $p_0 = 10\text{MPa}$, 隧洞内水压力 $p_a = 0\text{MPa}$, 岩体弹性模量 $E = 2000\text{MPa}$, 泊松比 $\mu = 0.25$, 粘聚力 $c = 1.0\text{MPa}$, 内摩擦角 $\varphi = 40^\circ$, 岩石有效孔隙水压力系数 $\xi = 1.0$, 选取 $\alpha = \beta = 1.0 \times 10^{10}$ 。依次取洞内水头与无穷远处水头比值 $h_a/h_0 = 0$, $h_a/h_0 = 0.5$, $h_a/h_0 = 1.0$, $h_a/h_0 = 2.0$, $h_a/h_0 = 5.0$, $h_a/h_0 = 9.0$, 按三种方法计算所得洞周应力如图 2 所示。图中 σ_{r0} 与 $\sigma_{\theta 0}$ 、 σ_{r1} 与 $\sigma_{\theta 1}$ 、 σ_{r2} 与 $\sigma_{\theta 2}$ 分别表示经典弹性解、文献[9]弹性解与本文弹塑性解。按本文方法求得塑性区半径 R_p 和应力调整系数 λ 及按修正 Fenner 公式所得塑性区半径 R_{p0} 与 h_a/h_0 的无量纲关系曲线如图 3 所示。计算得到的 $r_0/r_a - h_a/h_0$ 关系如表 1 所示。



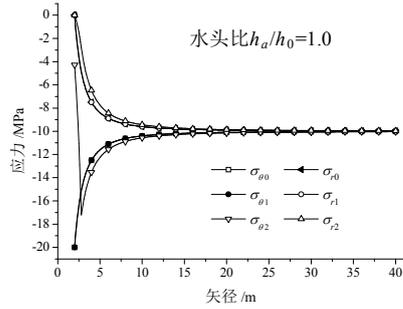
(a)



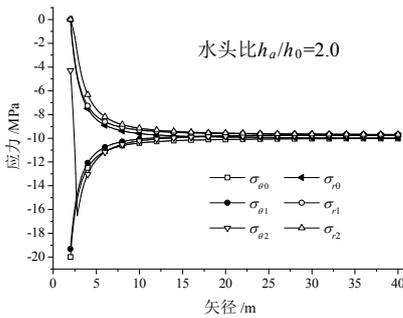
(f)



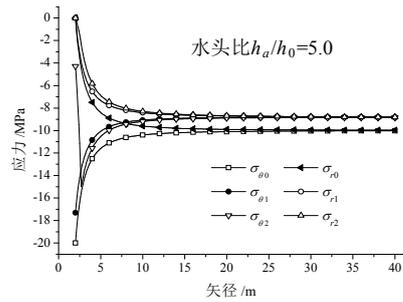
(b)



(c)



(d)



(e)

图2 三种方法计算的应力分布

Fig.2 Stress distribution by three methods

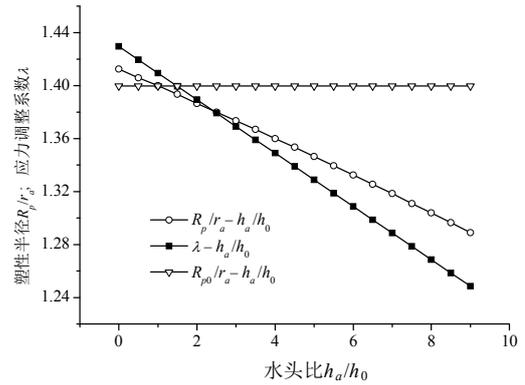


图3 塑性区半径 R_p 和应力调整系数 λ 与 h_a/h_0 的关系曲线

Fig.3 R_p-h_a/h_0 curve and $\lambda-h_a/h_0$ curve

表1 r_0/r_a 随 h_a/h_0 变化情况

Table 1 r_0/r_a versus h_a/h_0

h_a/h_0	0	1.0	2.0	5.0	9.0
r_0/r_a	无解	$+\infty$	103.4	48.39	31.83

由图2可以看出：1) 考虑应力重分布时，弹性区中邻近塑性区部位的径向应力比不考虑应力重分布时绝对值减小，环向应力绝对值则增大。2) 随着矢径的增大，径向应力与环向应力越来越接近。由表1可以看出，当 $1 \leq h_a/h_0 \leq 9$ 时，30倍内径范围内径向应力绝对值始终小于环向应力，其相对大小在该范围内不会交换。且其量值随着 h_a/h_0 的增大越来越偏离经典弹性解，内外水头比值的增大使其绝对值降低。3) 三种方法计算所得靠近洞壁区域的应力相差较大；在内水水头较低时，离洞很远处的应力相差很小，随着内水水头的增大，其相差急剧增大。可见，如果不考虑渗流作用并将岩体视为弹性体或者仅仅考虑渗流作用而不考虑岩体弹塑性应力重分布都会导致较大误差。

由图3可以看出，不考虑渗流作用时塑性区半径 R_{p0} 不随 h_a/h_0 变化。考虑应力重分布及渗流作用，当 $h_a/h_0=0$ 时 R_p 比 R_{p0} 略大，但将随着 h_a/h_0 的增大而减小。这说明内外水头比值的增大有利于缩小塑性

区。此外应力调整系数也随 h_a/h_0 的增大而逐渐降低,这说明 h_a/h_0 越小,则不考虑应力重分布带来的误差越大。

4 结论

(1) 引入应力调整系数,考虑应力重分布的影响,推导了深埋圆形透水隧洞弹塑性解析解,给出了岩体应力与塑性半径的计算公式。该方法不但在理论上比不考虑弹塑性应力重分布更严密,且在数学上避免了无法求得唯一确定塑性半径的缺陷。

(2) 将本文方法求得的深埋圆形透水隧洞弹塑性解答与不考虑及考虑渗流影响的弹性解进行了对比分析。结果表明,弹塑性应力重分布的影响不能忽略,否则将有较大计算误差。

(3) 考虑弹塑性应力重分布及渗流影响时,其塑性半径比不考虑渗流影响时大,但随着内外水头比值的增大,塑性半径将随之减小直到塑性区消失。内水压力的作用有助于围岩稳定。应予指出,这种作用不是无限的,当内外水头比值增大到一定程度以后,可能重新出现塑性区。

参考文献:

- [1] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000: 85—90.
Xu Zhilun. Elastic mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2000: 85—90. (in Chinese)
- [2] 孙钧, 侯学渊. 地下结构[M]. 北京: 科学出版社, 1991: 132—168.
Sun Jun, Hou Xueyuan. Underground structure [M]. Beijing: Science Press, 1991: 132—168. (in Chinese)
- [3] 蔡美峰, 何满潮, 刘东燕. 岩石力学与工程[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 203—226.
Cai Meifeng, He Manchao, Liu Dongyan. Rock mechanics and engineering [M]. Beijing: Science Press, 2002: 203—226. (in Chinese)
- [4] Jiang Y, Yaneda H, Tanabashi Y. Theoretical estimation of loosening pressure on tunnels in soft rocks [J]. Tunneling and Underground Space Technology, 2001, 16: 99—105.
- [5] 宋俐, 张永强, 俞茂宏. 压力隧洞弹塑性分析的统一解[J]. 工程力学, 1998, 15(4): 57—61.
Song Li, Zhang Yongqiang, Yu Maohong. Elastoplastic unified analysis of pressure tunnel [J]. Engineering Mechanics, 1998, 15(4): 57—61. (in Chinese)
- [6] 王亮, 赵均海, 李小伟. 岩质圆形隧洞围岩应力场弹塑性新解[J]. 工程地质学报, 2007, 15(3): 422—427.
Wang Liang, Zhao Junhai, Li Xiaowei. New elastoplastic solution of rock circle tunnel surrounding rock stress field [J]. Journal of Engineering Geology, 2007, 15(3): 422—427. (in Chinese)
- [7] 任青文, 张宏朝. 关于芬纳公式的修正[J]. 河海大学学报, 2001, 29(6): 109—111.
Ren Qinwen, Zhang Hongchao. A modification of Fenner formula [J]. Journal of Hohai University, 2001, 29(6): 109—111. (in Chinese)
- [8] Пониматкин П У. Расчет круговой обделки туннеля с учетом фильтрации через обделку и зону укрепительной цементации [J]. Гидротехническое Строительство, 1972, (5): 35—38.
- [9] 李宗利, 任青文, 王亚红. 考虑渗流场影响深埋圆形隧洞的弹塑性解[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(8): 1291—1295.
Li Zongli, Ren Qingwen, Wang Yahong. Elasto-plastic analytical solution of deep-buried circle tunnel considering fluid flow field [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(8): 1291—1295. (in Chinese)
- [10] 凌贤长, 蔡德所. 岩体力学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2002: 269—271.
Ling Xianchang, Cai Desuo. Rock mechanics [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2002: 269—271. (in Chinese)