文章编号：1000-4750(2009)04-0139-05

密肋复合墙体宏观有效弹性模量的细观力学有限元分析

*姚谦峰，张　亮，刘　佩

(北京交通大学土木建筑工程学院，北京　100044)

摘　要：密肋复合墙结构是近年来发展的一种新型建筑结构体系。作为结构的主要承力构件——密肋复合墙体是由密布的钢筋混凝土肋梁、肋柱及嵌固于其中的轻质砌块构成，其材性复杂，弹性常数不易确定。该文提出用细观力学有限元法对密肋复合墙体的弹性阶段进行结构分析，就求解密肋复合墙体宏观有效弹性模量中的若干问题，主要包括代表性体积单元的选取以及所施加边界条件的确定等问题进行了探讨，建立适用于密肋复合墙体的细观力学有限元模型，通过数值模拟与试验结果进行对比分析。研究结果表明：对于密肋复合墙体宏观有效弹性模量的计算，采用细观力学有限元模型比传统的计算模型具有更高的精度和适用性。

关键词：密肋复合墙体；细观力学有限元；代表性体积元；有效弹性模量；抗侧刚度

中图分类号：TU375　　**文献标识码**：A

MICRO-MECHANICS FINITE ELEMENT ANALYSIS OF EFFECTIVE ELASTIC MODULI OF MULTI-RIBBED SLAB WALL

*YAO Qian-feng , ZHANG Liang , LIU Pei

(School of Civil Engineering and Architecture, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: The multi-ribbed composite wall structure (MRCS) is a new structural system developed in recent years. As the main bearing member of MRCS, the multi-ribbed composite wall (MRCW) is composed of reinforced concrete ribbed-beams, ribbed-columns and light blocks. Material properties of MRCW are complex and elastic constants of MRCW are difficult to define. A micro-mechanics finite element method is proposed to analyze MRCW in the elastic stage in this paper. Selection of representative volume elements and boundary conditions, which are main problems in the solution process of effective elastic moduli of MRCW, are discussed. A micromechanics model suitable for MRCW is presented. Finally numerical and experimental results are compared. The results show that the micro-mechanics finite element model is more accurate and more applicable than the traditional model for calculating effective elastic moduli of MRSW.

Key words: multi-ribbed composite wall; micro-mechanics finite element; representative volume element; effective elastic moduli; anti-lateral rigidity

密肋复合墙结构是一种轻质、节能、抗震的建筑结构新体系。它主要由预制密肋复合墙板与隐型框架及楼板装配现浇而成。其中，密肋复合墙板是以截面及配筋较小的混凝土肋格为骨架，内嵌以炉

收稿日期：2007-12-06；修改日期：2008-01-28
基金项目：国家自然科学基金项目(50578011，50878021)；教育部博士点基金项目(2005004013)
作者简介：*姚谦峰(1956－)，男，陕西韩城人，教授，博士，博导，从事新型结构与工程抗震研究(E-mail: yaoqf808@163.com)；
张　亮(1981－)，男，宁夏银川人，硕士，从事新型结构研究(E-mail: 05121307@163.com)；
刘　佩(1982－)，女，河北晋州人，博士生，从事结构可靠度研究(E-mail: liupei0130@126.com).

渣、粉煤灰等工业废料为主要原料的轻质砌块预制而成。

进行密肋复合墙体弹性分析时，以往研究采用换算截面法或二次单向单层纤维复合材料模型和双向纤维单层复合材料模型。这几种模型计算简洁、直观，具有一定的精度，能够满足实际工程的需要。但模型在计算有效弹性模量时未考虑基体(砌块)和纤维(混凝土)的泊松比、肋梁与肋柱的整体作用及纤维的长径比，其不足之处在于计算精度有限。本文旨在建立适用于密肋复合墙体的细观力学有限元模型，以弥补以往研究的不足，提高其计算精度。

1　细观力学有限元法概述

有限元法与复合材料细观力学相结合产生了细观力学有限元法[1−2]。细观力学有限元法求解复合材料细观力学问题的研究始于 20 世纪 70 年代[3−4]，随着复合材料细观力学的不断发展，细观力学有限元法在复合材料强度、刚度、损伤等研究方面得到了较广泛的应用[5−7]，尤其是用于复合材料细观力学行为的模拟分析，以获得宏观力学性能与细观结构的关系。

本文提出用细观力学有限元法对密肋复合墙体的弹性阶段进行结构分析，就求解密肋复合墙体宏观有效弹性模量中的若干问题，主要包括代表性体积单元[8−9](Representative Volume Element, RVE)的选取以及所施加边界条件的确定等问题进行了探讨。

2　密肋复合墙体 RVE 的选取

密肋复合墙体既体现了材料功能的复合，又体现了结构的复合。在弹性阶段，墙体作为一个整体受力构件，由肋梁、肋柱、外框组成的框格与轻质砌块变形协调，其力学性能既不同于混凝土，也不同于轻质砌块。

本文采用均质化方法[10−11]，将密肋复合墙体视为周期性复合连续体，并将其组成材料的所有几何和本构信息都融入到一个代表性体积单元 RVE 中，采用有限元方法对代表性体积单元进行模拟，用有限元软件 ANSYS 求得它的有效弹性常数。

本文选取了如图 1 所示厚度 b=100mm 的复合墙体代表性体积单元，即取相邻肋梁和肋柱中心线之间的部分作为一个复合墙体 RVE；RVE 的长 L 取整个墙体长的 1/3，高 h 取整个墙体高的 1/3，采用矩形参照系。其组成材料(轻质砌块和混凝上)均被理想化为各向同性材料，有各自的材料属性。

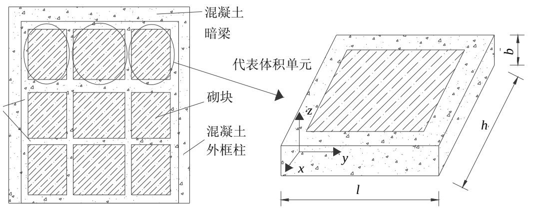


图 1　密肋复合墙体的 RVE 单元

Fig.1　RVE of MRSW

3　边界变形约束条件的确定

在对复合材料体施加均匀边界载荷条件下，当用 RVE 来模拟复合材料时，考察 RVE 如何变形是十分重要的。复合材料承受均匀的远场外载时，由于所有的 RVE 都是相似的，它们应该表现出相似的应力、应变场。从总体上看，应力、应变场应表现出周期性。因此要用周期性条件与连续性条件来约束 RVE 的边界变形。

下面就密肋复合墙体的 RVE(如图 1 所示)，来分析 RVE 的边界变形约束条件。

3.1　正向载荷

1) 沿肋梁方向。

在单独的正向载荷(沿肋梁方向)作用下，RVE 的边界按保持与原边界平行变形。考虑到 RVE 的几何形状和载荷形式的对称性，计算时可以取其 1/2 进行计算，如图 2(a)所示，具体边界变形约束条件见表 1。

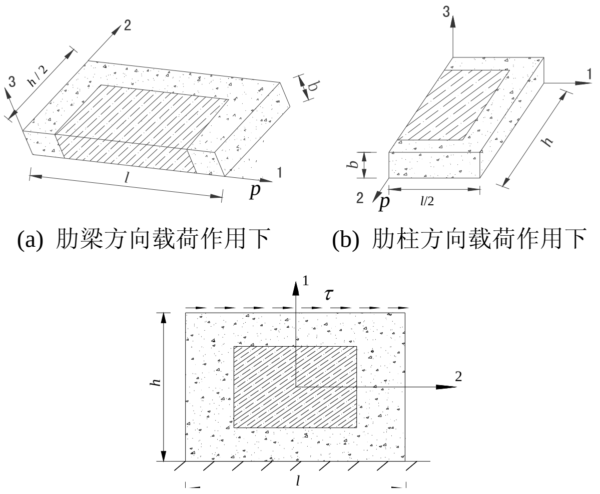
2) 沿肋柱方向。

在单独的正向载荷(沿肋柱方向)作用下，RVE 的边界约束条件同沿肋梁方向时相似，计算时同样可以取其 1/2 进行计算，如图 2(b)所示，具体边界变形约束条件见表 1。

3.2　轴向剪切载荷

密肋复合墙体在承受轴向剪切载荷时，其应力、应变场与墙厚方向 x_3 无关，仅是肋梁方向 x_1 与肋柱方向 x_2 的函数，因此可以当作二维的平面应变问题处理，如图 2(c)所示。单个 RVE 的边界变形约束条件，可以从含有多个 RVE 构成的标准密肋复合墙体的变形计算中确定。通过对图 1 所示的标准密肋复合墙体的变形分析可以得出，在承受横向剪切载荷下，单个 RVE 的边界变形，不必保持与原边界平行的直线变形，只要保证变形具有周期性即

可。图 2(c)所示的 RVE 在横向剪切载荷下边界变形约束条件见表 1 所示。



(a) 肋梁方向载荷作用下　(b) 肋柱方向载荷作用下

(c) 轴向剪切载荷作用下

图 2　不同载荷作用下的 RVE

Fig.2　RVE under different loads

表 1　不同载荷下的 RVE 边界约束条件

Table 1　Boundary condition of the RVE under different loads

	正向载荷(沿肋梁方向)	正向载荷(沿肋梁方向)
边界约束条件	$u_1(0,x_2,x_3)=0$	$u_1(0,x_2,x_3)=0$
	$u_1(l,x_2,x_3)=$ 常数	$u_1(0.5l,x_2,x_3)=$ 常数
	$u_2(x_1,0,x_3)=0$	$u_2(x_1,0,x_3)=0$
	$u_2(x_1,0.5h,x_3)=$ 常数	$u_2(x_1,h,x_3)=$ 常数
	轴向剪切载荷	
	$u_1(-0.5h,x_2)=0$, $u_2(-0.5h,x_2)=0$, $u_1(x_1,0.5l)=u_1(x_1,-0.5l)$	
	$u_2(x_1,0.5l)=u_2(x_1,-0.5l)$, $u_1(0.5h,x_2)=0$, $u_2(0.5h,x_2)=$ 常数	

注：u_1 、u_2 分别为沿肋梁和肋柱方向的位移；x_1 、x_2 、x_3 分别代表墙厚、肋梁和肋柱方向。

4　密肋复合墙体有效模量的计算

4.1　基本方法

对于复合材料体，计算出 RVE 在均匀边界载荷条件下的细观应力、应变场 σ_{ij} 与 ε_{ij} 。再计算体积平均得到 $\bar{\sigma}_{ij}$ 与 $\bar{\varepsilon}_{ij}$ ，然后利用复合材料有效模量的定义可得到有效弹性刚度矩阵 $\boldsymbol{C}^*_{ijkl}$ ，再根据刚度矩阵与工程弹性常数的关系可得到有效弹性模量。

将有效模量的定义改写为矩阵式：

$$\bar{\sigma}_i=\boldsymbol{C}^*_{ij}\bar{\varepsilon}_j\,,\quad i,\ j=1, 2, \cdots, 6 \tag{1}$$

或

$$\bar{\varepsilon}_j=\boldsymbol{S}^*_{ij}\bar{\sigma}_i\,,\quad i,\ j=1, 2, \cdots, 6 \tag{2}$$

可以选择不同的均匀位移边界载荷条件(或应力边界载荷条件)，计算有效弹性模量。选择 6 种不相关的均匀位移边界载荷(或应力边界载荷)，分别计算出平均应力 $\bar{\sigma}_i$ (或平均应变 $\bar{\varepsilon}_i$)，由式(1)或式(2)可以得到 6 组方程，共计 36 个方程，由于各方程不相关，可解出 36 个刚度矩阵 $\boldsymbol{C}^*_{ij}$ (或柔度矩阵 $\boldsymbol{S}^*_{ij}$)的分量(由于对称，实际上只有 21 个)。用矩阵表示为：

$$\bar{\sigma}^k_i=\boldsymbol{C}^*_{ij}\bar{\varepsilon}^k_j\,,\qquad i,\ j,\ k=1, 2, \cdots, 6 \tag{3}$$

或

$$\bar{\varepsilon}^k_i=\boldsymbol{S}^*_{ij}\bar{\sigma}^k_j\,,\qquad i,\ j,\ k=1, 2, \cdots, 6 \tag{4}$$

式中，上标 k 表示第 k 种均匀边界载荷条件。

考虑到刚度系数矩阵(或柔度系数矩阵)为复合材料本身的特性参数，与施加的边界载荷条件无关。为计算方便，利用单位矩阵作为均匀应力边界载荷条件(或应变边界载荷条件)。令：

$$\bar{\sigma}^k_j=\delta_{kj}\,,\quad j,\ k=1, 2, \cdots, 6 \tag{5}$$

或

$$\bar{\varepsilon}^k_j=\delta_{kj}\,,\quad j,\ k=1, 2, \cdots, 6 \tag{6}$$

式中 δ_{kj} 为 Kronecker 符号。

这样可以得出：

$$\boldsymbol{S}^*_{ij}=[\bar{\varepsilon}^i_j],\quad i,\ j=1, 2, \cdots, 6 \tag{7}$$

或

$$\boldsymbol{C}^*_{ij}=[\bar{\sigma}^i_j],\quad i,\ j=1, 2, \cdots, 6 \tag{8}$$

从而完成了从复合材料细观结构及各组分相性能计算宏观有效刚度或柔度的过程，然后根据工程弹性常数与刚度分量或柔度分量的关系，可计算出复合材料的工程弹性常数。工程弹性常数与柔度分量的关系如下：

$$[\boldsymbol{S}^*_{ij}]=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{E^*_{11}} & -\dfrac{\mu^*_{21}}{E^*_{22}} & -\dfrac{\mu^*_{31}}{E^*_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ & \dfrac{1}{E^*_{22}} & -\dfrac{\mu^*_{32}}{E^*_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ & & \dfrac{\mu^*_{32}}{E^*_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \dfrac{1}{G^*_{23}} & & \\ & \text{symm} & & & \dfrac{1}{G^*_{13}} & \\ & & & & & \dfrac{1}{G^*_{12}} \end{bmatrix}。$$

4.2　数值结果及分析

现就课题组前期的两批试验墙体，按照上面所

述的方法分别建立了 RVE 的有限元模型，在 RVE 边界上按式(5)施加均匀的边界载荷条件，运用细观力学有限元法计算出 RVE 中细观应力、应变场及位移场。进一步通过体积平均或应用高斯定理，通过边界位移场计算得到平均应变，再用式(7)得到复合材料的有效柔度系数，然后利用工程弹性常数与柔度分量的关系得到复合材料的有效弹性模量，如 E_{11}、E_{22}、G_{12} 等具体计算结果见表 2 所示，并将本文模型的计算结果与以往的计算结果进行了对比见图 3。

按照上述方法分别计算得到了密肋复合墙体有效剪切模量随砌块的宽高比、肋梁、肋柱的宽及砌块的剪切模量和泊松比变化的曲线，如图 4 所示。

由图 4 分析可得以下结论：

1) 密肋复合墙体的有效剪切模量随砌块的宽高比的增大而减小，但减小趋势逐渐减小。

2) 密肋复合墙体的有效剪切模量随砌块剪切模量的增大而增大，但增大趋势逐渐减小。

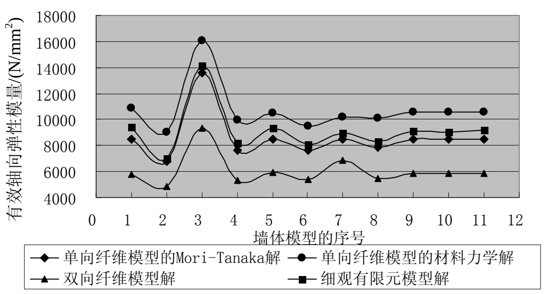
3) 密肋复合墙体的有效剪切模量随砌块泊松比的增大而减小，但减小趋势逐渐减小。

以上结论证明密肋复合墙体的弹性性能是可以设计的，可以通过调整墙体的各项参数指标来优化墙体的弹性性能，以达到最优设计。

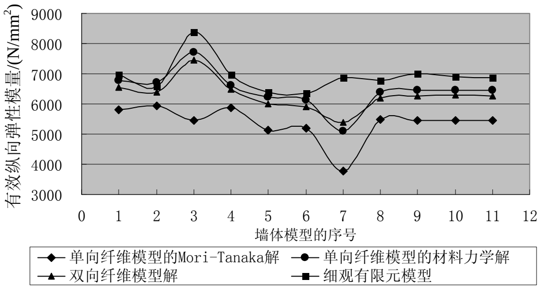
表 2 密肋复合墙体有效模量的数值解

Table 2 Numerical solution of effective moduli of MRSW

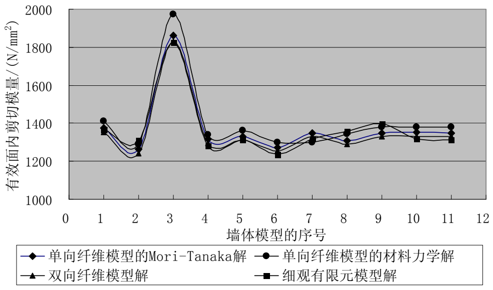
墙板编号	E_{11}/(N/mm^2)	E_{22}/(N/mm^2)	G_{12}/(N/mm^2)
MLB-1	9415	6959	1364
MLB-3A	7034	6592	1310
MLB-3B	14141	8398	1826
MLB-6A	8170	6983	1282
MLB-6B	9341	6391	1311
MLB-6C	8113	6349	1236
SW-1	8987	6886	1319
SW-3	8298	6766	1355
SW-5	9140	7002	1399
SW-6	9058	6894	1319
SW-7	9058	6894	1319
SW-12	9146	6885	1313



(a) 有效轴向模量的对比



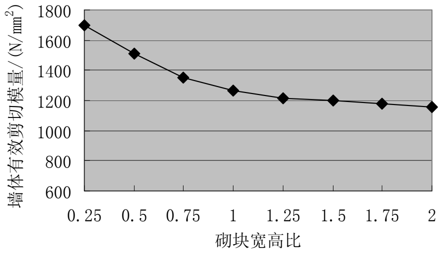
(b) 有效纵向弹模的对比



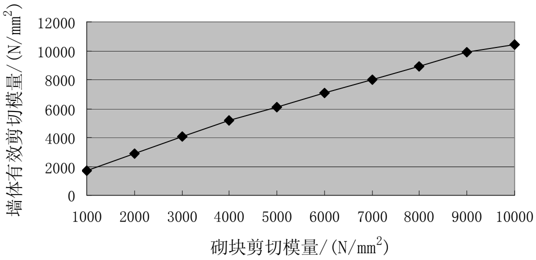
(c) 有效面内剪切模量的对比

图 3 各种细观力学方法的对比

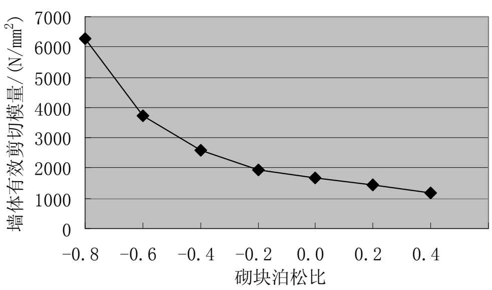
Fig.3 Comparison of different micro-mechanical method



(a) 墙体有效剪切模量随砌块宽高比的变化曲线



(b) 墙体有效剪切模量随砌块剪切模量的变化曲线



(c) 墙体有效剪切模量随砌块泊松比的变化曲线

图 4 有效剪切模量随各种参数的变化曲线

Fig.4 Curves of effective shear moduli versus kinds of parameters

5　模型的试验验证

将本文模型所得密肋复合墙体有效模量的计算结果(见表 2)代入密肋复合墙板在弹性阶段的刚度公式：

$$K=\frac{\alpha_1\alpha_3}{\alpha_2(\delta_b+\delta_s)}=\frac{\alpha_3(2\eta+0.28)}{\alpha_2\left(\dfrac{h^3}{3E_{11}I}+\dfrac{1.5h}{G_{12}A}\right)} \tag{9}$$

其中：α_1 为轴向压应力影响系数，$\alpha_1=0.7\eta+0.28$ ($0.2\leqslant\eta\leqslant0.4$)，$\eta$ 为轴压比；α_2 为墙体底部连接方式影响系数；α_3 为墙板分格、墙长影响系数，$\alpha_3=3.42\overline{s}/l+0.16$，其中 $\overline{s}=\dfrac{\sum n_i s_i}{\sum n_i}$，$n_i$ 为肋柱间分格个数、s_i 为肋柱间距离、l 为墙板长。

所得的计算结果与实测值相对比，见表 3。

表 3　计算值与实测值对比

Table 3　Comparison between the calculated values and measured values

墙编号	实测值/(kN/mm)	计算值/(kN/mm)	墙编号	实测值/(kN/mm)	计算值/(kN/mm)
MLB-1	32.1	29.6	MLB-6C	24.2	26.7
MLB-3A	42.7	42.0	SW-3	148.4	149.8
MLB-3B	16	15.0	SW-5	62.5	69.5
MLB-6A	26.6	27.5	SW-6	46	48.2
MLB-6B	27.7	29.0	SW-12	38	39.0

从表 3 可知采用本文模型所得的有效模量值进行密肋复合墙体刚度计算所得的值与实测结果吻合得较好，从而证明本文建立的密肋复合墙体细观力学有限元模型是可行的且与以往的模型相比具有更高的精度。

6　结论

(1) 用细观力学有限元方法分析和计算密肋复合墙体的有效弹性模量是可行的，且具有较高的精度。

(2) 密肋复合墙体的有效弹性模量是可调的，可以通过改变肋梁、肋柱的分布方式、截面尺寸，填块材料的常数来设计墙体的弹性性能。

(3) 按复合材料的理论将密肋复合墙体等效成均质墙体来计算其弹性抗侧刚度是可行的，其计算值与试验值吻合较好。

参考文献：

[1] Dawson P R, Needleman A. Issues in the finite element modeling of polyphases plasticity [J]. Material Science and Engineering: A, 1994, 175: 43－48.

[2] Baskes M I, Hoagland R G, Needleman A. Material summary report: Computational issues in the mechanical behavior of metals and intermetallics [J]. Science and Engineering: A, 1992, 159: 1－34.

[3] Adams D F. Inelastic analysis of a unidirectional composite subjected to transverse normal loading [J]. Journal of Composite Material, 1970, 4: 310－328.

[4] Ko W L. Finite element microscopic stress analysis of cracked composite systems [J]. Journal of Composite Material, 1978, 12: 97－115.

[5] Brockenbrough J R, Suresh S, Wienecke H A. Deformation of MMCs with continuous fibers: Geometrical effects of fiber distribution and shape [J]. Acta Metallurgica et Materialia, 1991, 39: 735－752.

[6] Brown H C, Lee H L, Chamis C C. Fiber shape effects on metal matrix composite behavior [R]. NASA TM-106067, 1992.

[7] Sun C T, Vaidya R S. Prediction of composite properties from a representative volume element [J]. Composites Science and Technology, 1996, 56: 171－179.

[8] Hashin Z. Analysis of composite materials: A survey [J]. Journal of Applied Mechanics, 1983, 50: 481－505.

[9] Kwon Y W. Calculation of effective moduli of fibrous composites with micro-mechanical damage [J]. Composite Structures, 1993, 25: 187－192.

[10] Anthoine A. Derivation of in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory [J]. International Journal of Solids and Structures, 1995(32): 137－163.

[11] Ma Guowei, Hao Hong, Lu Yong. Homogenization of masonry using numerical simulations [J]. ASCE Journal Engineering Mechanics, 2001, 127(5): 421－431.