

文章编号: 1000-4750(2008)07-0179-06

浅埋隧道围岩压力确定的极限分析方法

杨 峰, *阳军生

(中南大学土木建筑学院, 湖南, 长沙 410075)

摘 要: 应用极限分析上限法计算浅埋隧道围岩压力, 构造了浅埋隧道围岩两种刚体平动破坏模式, 并推导了理论公式。将浅埋隧道围岩压力计算转化为一个数学优化模型, 编制相应计算程序。通过算例分析了两种破坏模式下浅埋隧道围岩压力计算结果, 对照太沙基理论, 对结果进行探讨, 指出对于浅埋隧道而言, 利用极限分析上限法计算隧道围岩压力是一个可行的方法。

关键词: 浅埋隧道; 围岩压力; 极限分析; 上限法; 破坏模式

中图分类号: U451⁺.2 **文献标识码:** A

LIMIT ANALYSIS METHOD FOR DETERMINATION OF EARTH PRESSURE ON SHALLOW TUNNEL

YANG Feng, *YANG Jun-sheng

(School of Civil Engineering and Architecture, Central South University, Changsha, Hunan 410075, China)

Abstract: The upper bound method of limit analysis is used for earth pressure calculation of shallow tunnel. Two rigid-block translational collapse mechanisms are assumed for shallow tunnel and the corresponding formulas are deduced. The earth pressure of shallow tunnel has been transformed into a mathematic optimization problem and the corresponding computer program was coded. Calculating examples for the two collapse mechanisms of earth pressure on shallow tunnel were conducted, the results of which were compared with those from Terzaghi theory. It is concluded that the upper bound method of limit analysis is a feasible approach for the determination of earth pressures on shallow tunnel.

Key words: shallow tunnel; earth pressure; limit analysis; upper bound method; collapse mechanism

隧道开挖后, 因围岩变形、松弛等原因, 作用于隧道支护或衬砌结构上的压力称为围岩压力, 它是支护结构的主要荷载, 也是利用荷载结构法进行隧道衬砌结构设计的重要依据。浅埋隧道围岩通常强度较低, 隧道开挖后难以形成承载拱, 因此浅埋隧道围岩压力计算与深埋隧道不同, 主要计算方法包括土柱理论、太沙基法以及铁路、公路隧道设计规范所推荐方法^[1-3], 这些方法大多基于极限平衡理论。由于假设条件的不同, 各种算法的计算结果也有一定的差别。

极限分析理论在边坡稳定、地基承载力以及土

压力问题的研究中取得了较大的进展^[4-7]。浅埋隧道开挖后易形成贯穿地表的滑动面, 产生较大范围的塑性流动区域, 已有一些学者将极限分析理论初步应用于隧道围岩稳定性分析中。Atkinson J H 和 Potts D M 利用模型试验和极限分析上限法、下限法研究了无粘性土浅埋隧道稳定性问题^[8]。Davis E H 等针对粘性土不排水条件下浅埋隧道, 假定四种不同的破坏模式, 利用上限法对隧道围岩稳定和工作面失稳及局部破坏现象进行了分析^[9]。Leca E 和 Dormieux L 构造了含刚性锥体滑块的破坏模式, 研究了浅埋隧道工作面的三维稳定性问题^[10]。为了便

收稿日期: 2006-12-09; 修改日期: 2007-06-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(50308029)

作者简介: 杨 峰(1981—), 男, 陕西人, 博士生, 从事隧道与地下工程方面研究(E-mail: yf5754@126.com);

*阳军生(1969—), 男, 湖南人, 教授, 博士, 博导, 从事隧道与地下工程教学和科研(E-mail: jsyang@mail.csu.edu.cn)。

于优化计算, 这些学者均假定支护反力为均布力。若考虑隧道开挖时采用压缩空气等作为临时支护的情况, 其假定是合理的。在一般情况下, 浅埋隧道的竖向压力与水平压力并不相等; 另外, 以上学者提出的破坏模式在应用中仍显粗糙, 主要针对无粘性土($c=0$)和粘性土不排水条件($\phi=0$), 适用范围较为有限。

本文针对一般的岩土体材料, 即 $c-\phi$ 材料, 基于极限分析上限法, 考虑竖向与水平压力的不同, 构造多刚性滑块平动破坏模式来探讨浅埋隧道围岩压力计算方法。

1 极限分析上限法简介

极限分析上限定理可表述为: 对于任意的运动许可的塑性应变率场 $\dot{\epsilon}_{ij}^*$ 和速度场 v_i^* , 由虚功率方程式(1)确定的极限荷载 F_i 大于或等于真实的极限荷载 F [4]:

$$\int_S F_i v_i^* dS + \int_A \gamma_i v_i^* dA = \int_A \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* dA + \int_{S_D} (\tau - \sigma_n \tan \phi) \Delta v_i^* dS \quad (1)$$

式(1)中的极限荷载 F_i 是促使系统产生破坏的荷载。也可存在另一种极限荷载 F_i , 如浅埋隧道支护结构给予围岩的抗力, 其阻止系统产生破坏, 此时 F_i 小于或等于真实的极限荷载 F 。通常为简化计算, 可将塑性区 A 划分成为由滑动面 S_D 隔开的刚性滑块。发生塑性破坏时, 塑性区 A 内局部变形基本一致, 可近似认为滑块为刚性, 只产生整体平移或转动, 其内部不产生耗散功率。

假设材料服从莫尔-库仑屈服准则和相关联流动法则[4], 对于二维问题, 速度间断线上的耗散功率为:

$$D = cv \cos \phi \quad (2)$$

2 浅埋隧道围岩破坏模式

2.1 基本假定

影响浅埋隧道围岩压力的因素很多, 这里仅考虑地表为水平的情况, 并简化为平面应变问题, 作以下假定:

1) 将隧道圆形断面简化为高 H , 跨度 $2b$ 的矩形断面, 其中 H 和 $2b$ 为圆直径, 不规则形状的断面也可简化为矩形, 这样做不失一般性。

2) 隧道围岩假定为理想弹塑性体, 服从莫尔-

库仑屈服准则的 $c-\phi$ 材料。

3) 隧道覆盖层厚度 h , 隧道顶板作用竖向均布支护反力 q , 边墙处作用水平均布支护反力 e , $e = Kq$, K 为待定参数。

4) 隧道的变形模式允许边墙向内移动, 顶板竖直向下移动。同时, 边墙和顶板的移动相互不干扰, 支护结构可适当移动以适应围岩的变形, 并且与围岩在变形过程中相互摩擦忽略不计。

5) 未考虑施工过程影响和隧道底鼓。

2.2 破坏模式的构造

构造合适的浅埋隧道围岩破坏模式是利用上限法计算围岩压力的关键, 通常需要通过工程实例分析、模型试验或数值计算等手段, 如 Atkinson J H 和 Potts D M 建议通过观测模型试验过程中土体的变形以确定真实的破坏模式[8]。

通常破坏模式包括刚性块的平动、转动以及平动和转动相结合的形式。在实际应用中, 平动破坏模式是最常用的[11]。

浅埋隧道的破坏形式包括隧道顶板的整体下沉、边墙内挤等。当地表为水平面时, 由对称性, 隧道轴线上的位移为竖向, 在轴线两侧局部区域可能存在水平方向的位移, 而在隧道顶板上方以及地表以下一定范围内的围岩, 受周围岩土体约束的影响, 其位移主要是竖直向下的。这些特征在破坏模式的构造中应得到考虑。

图 1 是 Davis E H 等提出的针对粘性土浅埋隧道的四种破坏模式[9]。图 2 为 Atkinson J H 和 Potts D M 提出的无粘性土浅埋隧道围岩破坏模式[8]。

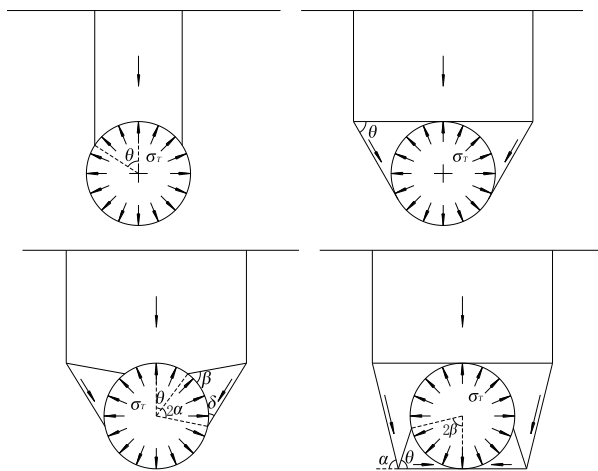


图 1 Davis E H 等提出的粘性土浅埋隧道破坏模式[9]

Fig.1 Collapse mechanisms proposed by Davis E H for shallow tunnel in cohesive material

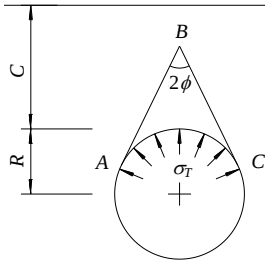
图2 Atkinson J H 等提出的无粘性土隧道破坏模式^[8]

Fig.2 Collapse mechanism proposed by Atkinson J H for shallow tunnel in cohesionless material

图 1、图 2 所示的破坏模式基本反映了粘性土和无粘性土浅埋隧道破坏的主要形态,但仍显粗糙。因此,针对采用新奥法施工的浅埋隧道,围岩为 $c-\phi$ 材料,基于平动模式提出如图 3、图 4 所示的两种破坏模式(模式 A 和模式 B),并假定隧道顶板与边墙的支护反力均为均匀分布,但其大小不同。

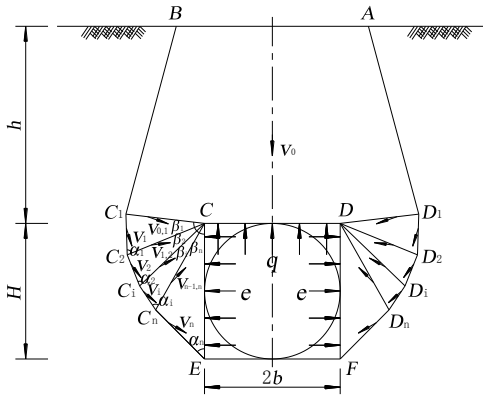


图3 破坏模式 A

Fig.3 Collapse mechanism A

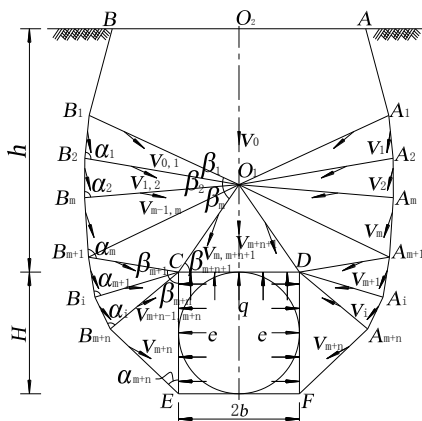


图4 破坏模式 B

Fig.4 Collapse mechanism B

根据相关联流动法则,刚性滑块之间速度间断线上的速度矢量方向应与间断线呈 ϕ 角,且各速度矢量应满足矢量闭合条件,于是可得到隧道发生整体失稳时破坏模式 A 所对应的速度场如图 5。其中顶板以上楔形体 ABC_1CDD_1 的速度为 v_0 ,方向竖直

向下。边墙处三角形块的速度从上至下依次为 $v_1 \cdots v_i \cdots v_n$,其相对速度依次为 $v_{0,1} \cdots v_{i-1,i} \cdots v_{n-1,n}$,各个三角形形状依次由角度 $\alpha_1 \cdots \alpha_i \cdots \alpha_n$ 和 $\beta_1 \cdots \beta_i \cdots \beta_n$ 所确定(图 3)。

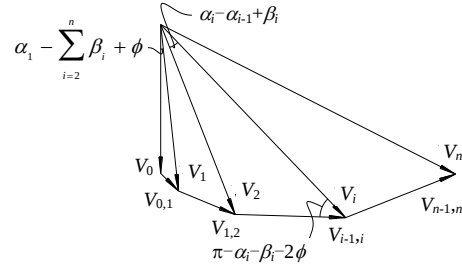


图5 破坏模式 A 对应的速度场

Fig.5 Velocity field for collapse mechanism A

图 6 为破坏模式 B 所对应的速度场。其中楔形体 $AO_2BB_1O_1A_1$ 的速度为 v_0 ,方向竖直向下。边墙上方三角形块的速度从上至下依次为 $v_1 \cdots v_{m-1}$,其之间的相对速度依次为 $v_{0,1} \cdots v_{m-2,m-1}$,边墙上方和顶板之间的四边形滑块 $B_mB_{m+1}CO_1$ 速度为 v_m ;边墙处滑块的形式与破坏模式 A 相似,滑块速度从上至下依次为 $v_{m+1} \cdots v_i \cdots v_{m+n}$,顶板上方三角形滑块 CDO_1 速度为 v_{m+n+1} ,方向竖直向下,与滑块 $B_mB_{m+1}CO_1$ 的相对速度为 $v_{m,m+n+1}$ 。破坏模式由角度 $\alpha_1 \cdots \alpha_i \cdots \alpha_{m+n}$ 和 $\beta_1 \cdots \beta_i \cdots \beta_{m+n}$, β_{m+n+1} 所确定(图 4)。

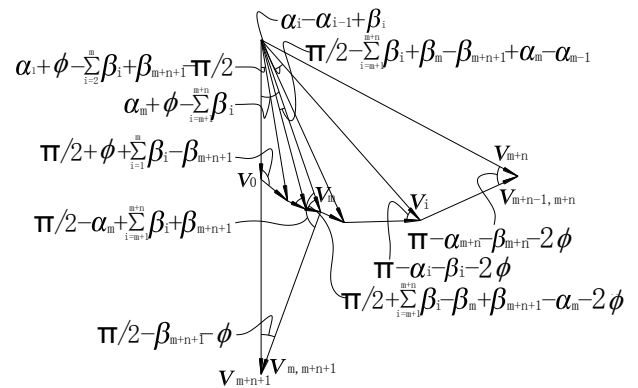


图6 破坏模式 B 对应的速度场

Fig.6 Velocity field for collapse mechanism B

破坏模式 A 和破坏模式 B 的差别在于模式 B 考虑到边墙上方一定范围也可能发生水平方向的位移,而且隧道顶板正上方与接近地表处的竖向速度并不相等。

3 计算过程

这里主要对破坏模式 A 的计算作详细介绍。

3.1 运动许可的速度场的计算

当破坏模式确定后, 其中的滑动面也随之确定。根据刚性滑块应满足运动许可的条件, 速度矢量应满足闭合条件^[4], 由图 3、图 5, 各速度大小应满足以下递推关系:

$$v_1 = \frac{\sin\left(\sum_{i=1}^n \beta_i + \phi\right)}{\sin(\pi - \alpha_1 - \beta_1 - 2\phi)} v_0 \quad (3)$$

$$v_{0,1} = \frac{\sin\left(\alpha_1 - \sum_{i=2}^n \beta_i + \phi\right)}{\sin(\pi - \alpha_1 - \beta_1 - 2\phi)} v_0 \quad (4)$$

$$v_{i+1} = \frac{\sin(\alpha_i + 2\phi)}{\sin(\pi - \alpha_{i+1} - \beta_{i+1} - 2\phi)} v_i \quad (5)$$

(其中 $i=1, \dots, n-1$)

$$v_{i,i+1} = \frac{\sin(\alpha_{i+1} - \alpha_i + \beta_{i+1})}{\sin(\pi - \alpha_{i+1} - \beta_{i+1} - 2\phi)} v_i \quad (6)$$

(其中 $i=1, \dots, n-1$)

3.2 重力功率的计算

如图 3 所示, 当浅埋隧道发生破坏时, 重力功率 P_γ 为各刚性块的重力功率之和。为此, 需要分别计算各刚性块的面积以及各自速度在竖直方向上的分量。各速度间断线的长度递推关系如下:

$$BC_1 = \frac{1}{\cos \phi} \left(h - CC_1 \cdot \cos \sum_{j=1}^i \beta_j \right) \quad (7)$$

$$CC_i = \frac{\sin \alpha_i}{\sin(\pi - \alpha_i - \beta_i)} CC_{i+1} \quad (8)$$

(其中 $i=1, \dots, n-1$)

$$C_i C_{i+1} = \frac{\sin \beta_i}{\sin(\pi - \alpha_i - \beta_i)} CC_{i+1} \quad (9)$$

(其中 $i=1, \dots, n-1$)

$$CC_n = \frac{\sin \alpha_n}{\sin(\pi - \alpha_n - \beta_n)} CE \quad (10)$$

$$C_n E = \frac{\sin \beta_n}{\sin(\pi - \alpha_n - \beta_n)} CE \quad (11)$$

各刚性块的面积分别为:

$$\Delta CC_i C_{i+1} = \frac{1}{2} CC_i \cdot C_i C_{i+1} \cdot \sin(\pi - \alpha_i - \beta_i) \quad (12)$$

(其中 $i=1, \dots, n-1$)

$$\Delta CC_n E = \frac{1}{2} CC_n \cdot C_n E \cdot \sin(\pi - \alpha_n - \beta_n) \quad (13)$$

$$\frac{1}{2} \square ABC_1 CDD_1 = \frac{1}{2} BC_1 \cdot CC_1 \cdot \sin\left(\sum_{i=1}^n \beta_i - \phi\right) +$$

$$\frac{h}{2} \left[2b + CC_1 \cdot \cos\left(\sum_{i=1}^n \beta_i - \frac{\pi}{2}\right) - BC_1 \sin \phi \right] \quad (14)$$

考虑到问题的对称性, 楔形体 $\square ABC_1 CDD_1$ 的面积只计算一半。

由式(3)一式(14)和刚性块速度矢量与竖向夹角可得到破坏模式 A 重力功率的一半 P_γ 为:

$$P_\gamma = \int_A \gamma_i v_i^* dA = \frac{1}{2} \square ABC_1 CDD_1 \cdot \gamma v_0 + \frac{1}{2} \Delta CC_n E \cdot \gamma v_n \cdot \cos(\alpha_n + \phi) + \gamma \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \left[\Delta CC_i C_{i+1} \cdot v_i \cdot \cos\left(\alpha_i + \phi - \sum_{j=i+1}^n \beta_j\right) \right] \quad (15)$$

3.3 耗散功率的计算

耗散功率的计算可按式(2), 总的耗散功率的一半 P_c :

$$P_c = \int_{S_D} (\tau - \sigma_n \tan \phi) \Delta v_t^* ds = c \cdot \cos \phi \left[\sum_{i=1}^{n-1} (C_i C_{i+1} \cdot v_i + CC_i \cdot v_{i-1,i}) + BC_1 \cdot v_0 + C_n E \cdot v_n \right] \quad (16)$$

3.4 支护反力功率的计算

隧道顶板竖向支护反力 q 和边墙水平支护反力 e 所作的功率 P_T :

$$P_T = \int_S F_i v_i^* dS = -bqv_0 - HKqv_n \cdot \sin(\alpha_n + \phi) \quad (17)$$

考虑到支护反力均阻止围岩发生破坏, 故其所作的功率为负值。

3.5 支护反力的计算

将式(15)一式(17)代入式(1)可得到隧道顶板竖向支护反力 q :

$$q = \frac{P_\gamma - P_c}{bv_0 + HK \cdot \sin(\alpha_n + \phi) v_n} \quad (18)$$

隧道边墙水平支护反力 e :

$$e = Kq \quad (19)$$

3.6 围岩压力上限解的优化

对于破坏模式 A, 假定隧道边墙处的三角形个数为 n , 则由一组角度 $\alpha_1 \dots \alpha_i \dots \alpha_n$ 和 $\beta_1 \dots \beta_i \dots \beta_n$ 可完全确定其形状, 同时对应一个上限解 q , 即 $q = f(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n, \beta_1, \dots, \beta_i, \dots, \beta_n)$, 按照上限定理, 满足运动许可条件的最大的 q 才是对应于此破坏模式的一个最优解。于是问题转化为: 在

满足物理意义的约束条件下, 寻求目标函数 $q=f(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n, \beta_1, \dots, \beta_i, \dots, \beta_n)$ 的最大值 $q_{\max}$, 由图 4 可知, 各速度矢量之间的夹角必须为正, 于是, 破坏模式 A 对应的约束条件如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 - \sum_{i=2}^n \beta_i + \phi > 0 \end{array} \right. \quad (20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi - \alpha_i - \beta_i - 2\phi > 0 \quad (\text{其中 } i=1, \dots, n) \end{array} \right. \quad (21)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_i - \alpha_{i-1} + \beta_i > 0 \quad (\text{其中 } i=2, \dots, n) \end{array} \right. \quad (22)$$

优化的上限解可这样得到: 首先在约束条件 (20)、条件 (21) 和条件 (22) 下生成一组 α_1 、 $\alpha_2 \dots \alpha_i \dots \alpha_n$ 和 β_1 、 $\beta_2 \dots \beta_i \dots \beta_n$, 然后由式 (3)—式 (18) 得到一个上限解 q , 不断调整 α_i 和 β_i 的值, 直到得到最大的 q 值即为所求的上限解。此过程可通过 Matlab 软件编程并调用其优化工具箱实现。

对于破坏模式 B, 如图 4、图 6, 仍可按上述步骤分别计算各个速度递推关系、重力功率、耗散功率和支护反力功率, 最后代入式 (1) 得到支护反力 q 的目标函数。由速度矢量的物理意义, 得到角度 $\alpha_1 \dots \alpha_i \dots \alpha_{m+n}$ 和 $\beta_1 \dots \beta_i \dots \beta_{m+n}$, β_{m+n+1} 之间的约束关系, 据此可以进行目标函数的优化。因为与破坏模式 A 类似, 这里不再详述。

4 讨论

对于浅埋隧道围岩压力的确定, 太沙基认为岩土体为散粒体, 但具有一定的粘聚力, 利用土条微元体的平衡条件计算隧道围岩压力^[1]。

考虑边墙失稳时隧道竖向支护反力 q :

$$q = \frac{b_1 \gamma - c}{K_0 \tan \phi} \cdot (1 - e^{-K_0 \tan \phi \frac{h}{b_1}}) \quad (23)$$

其中 b_1 为隧道覆盖岩土层整体下沉宽度的一半:

$$b_1 = b + h \cdot \tan \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \quad (24)$$

K_0 为隧道上方岩土层侧压力系数, 太沙基根据试验建议, $K_0 = 1 - 1.5$ 。

隧道水平支护反力 e :

$$e = \left(q + \frac{1}{2} \gamma H \right) \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) - 2c \tan \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \quad (25)$$

上节已提到, 采用极限分析上限法计算浅埋隧道围岩压力, 为了能形成单目标函数以便于优化, 需引入待定参数, 即水平支护反力与竖向支护反力

之比 K , $K = e/q$ 。 K 和太沙基式 (23) 的 K_0 的意义不同, 太沙基理论的 K_0 是指隧道顶板上方水平应力和竖向应力的比值, 而在计算 e 值时按朗肯主动土压力理论由式 (25) 得到。采用极限分析上限法时需要事先确定 K 值, 此时 K 为维持隧道顶板和边墙的整体稳定, e/q 应满足的关系, K 值应存在一个范围, 在计算中可由不同的 K 值得到一组 q 和 e 。

5 算例分析

取隧道高度 $H = 10.0\text{m}$, 半跨度 $b = 5.0\text{m}$, 埋深 $h = 20.0\text{m}$, 围岩容重 $\gamma = 20.0\text{kN/m}^3$, 内摩擦角 $\phi = 18.0^\circ$, 粘聚力 $c = 10.0\text{kPa}$ 。对于极限分析上限法, K 分别取 1.2、1.0、0.8 和 0.6; 相应的破坏模式 A 中, 滑块个数 n 取 5, 而在破坏模式 B 中, 滑块个数 m 取 3, n 取 5, 按此取值已可满足计算精度要求。对于太沙基法, K 分别取 1.6、1.4、1.2 和 1.0。由两种方法计算得到的浅埋隧道围岩压力计算结果如表 1 所示。

表 1 计算结果

Table 1 Calculated results

K	极限分析上限法				太沙基法		
	破坏模式 A		破坏模式 B		K_0	q/kPa	e/kPa
	q/kPa	e/kPa	q/kPa	e/kPa			
1.2	147.7	177.2	158.5	190.2	1.6	258.7	142.9
1.0	169.3	169.3	175.7	175.7	1.4	270.9	149.4
0.8	199.1	159.3	201.1	160.9	1.2	283.9	156.2
0.6	243.2	145.9	243.0	145.8	1.0	297.9	163.6

对于极限分析上限法, 经过优化的破坏模式 A 和破坏模式 B 如图 7, 由于 K 取不同值时破坏模式的形状大致相同, 这里只绘出 $K = 0.8$ 时的情况。

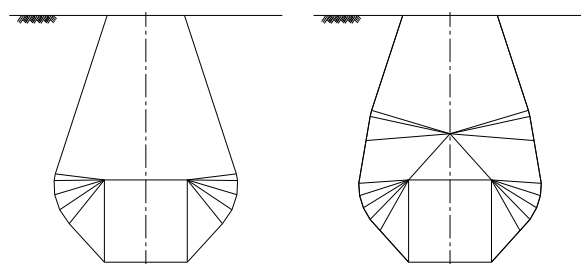


图 7 优化后的破坏模式($K=0.8$)

Fig.7 Collapse mechanisms by optimization ($K=0.8$)

从表 1 可以看出, 采用极限分析上限法, 当系数 K 取值增大时, 破坏模式 A 和破坏模式 B 的计算结果之间的差值增大, 但对于每种破坏模式下的水平支护反力 e 与竖向支护反力 q 而言, e 增大, q 减小, e 与 q 之间的差值减小; 当系数 K 值减小时,

两种破坏模式得到的计算结果之间的差值减小,对于每种破坏模式而言, e 减小, q 增大, e 与 q 之间的差值增大。这说明边墙的支护反力对隧道保持整体稳定是重要的,若边墙不能提供足够的支护反力,隧道顶板将承受较大的竖向压力。对于太沙基法,随 K_0 值的增大,竖向支护反力 q 和水平支护反力 e 均减小,这是由于 K_0 值增大,假定的竖向滑动面上的抗剪强度也增加了。但太沙基法得到的 e 与 q 的比值变化不大,约为0.55。当系数 K 取较小值(这里 $K=0.6$)时,采用极限分析上限法与太沙基法得到的结果较为一致。在实际应用中可以取多个 K 值,得到一组 e 与 q ,分别将其作为支护结构的荷载进行结构检算。

6 结论

(1) 在 Davis E H 和 Potts D M 分别针对粘性土不排水和无粘性土情况下浅埋隧道围岩破坏模式的基础上,将隧道圆形或不规则断面简化为矩形断面,考虑水平和竖向支护反力的不同,针对一般岩土材料,提出了两种更为符合实际的浅埋隧道围岩破坏模式。

(2) 分别针对两种浅埋隧道的破坏模式得到围岩压力极限分析上限法的目标函数及其约束条件,通过编程并采用优化方法得到围岩压力的优化解答。

(3) 对于极限分析上限法,需要确定水平均布支护反力 e 与竖向均布支护反力 q 之比 K 值,在实际应用中可取多个 K 值,得到一组 e 与 q ,分别将其作为结构荷载进行结构检算。另外通过算例分析指出,取较小的 K 值时,计算结果与太沙基法较为一致。

(4) 浅埋隧道开挖后可能形成贯穿地表的滑动面,产生较大范围的塑性区域,因此利用极限分析上限法计算其围岩压力是一个可行的方法。

参考文献:

- [1] 徐干成,白洪才,郑颖人. 地下工程支护结构[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2001.
Xu Gancheng, Bai Hongcai, Zheng Yingren. Supporting structure in underground engineering [M]. Beijing: China Water Conservancy and Hydropower Press, 2001. (in Chinese)
- [2] TB10003-2001, 铁路隧道设计规范[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2001.
TB10003-2001, Code for design of railway tunnel [S]. Beijing: China Railway Press, 2001. (in Chinese)
- [3] JTG D70-2004, 公路隧道设计规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004.
JTG D70-2004, Code for design of road tunnel [S]. Beijing: China Communications Press, 2004. (in Chinese)
- [4] Chen W F. Limit analysis and soil mechanics [M]. New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1975.
- [5] Donald I, Chen Z Y. Slope stability analysis by the upper bound approach: fundamentals and methods [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1997, 34(6): 853—862.
- [6] Wang Y J, Yin J H, Chen Z Y. Calculation of bearing capacity of a strip footing using an upper bound method [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2001, 25(8): 841—851.
- [7] Škrabl S, Macuh B. Upper-bound solutions of three-dimensional passive earth pressures [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2005, 42(5): 1449—1460.
- [8] Atkinson J H, Potts D M. Stability of shallow tunnel in cohesionless soil [J]. Geotechnique, 1977, 27(2): 203—215.
- [9] Davis E H, Gunn M J, Mair R J. The stability of shallow tunnel and underground openings in cohesive material [J]. Geotechnique, 1980, 30(4): 397—416.
- [10] Leca E, Dormieux L. Upper and lower bound solutions for the face stability of shallow circular tunnels in frictional material [J]. Geotechnique, 1990, 40(4): 581—606.
- [11] Drescher A, Detournay E. Limit load in translational failure mechanisms for associative and non-associative materials [J]. Geotechnique, 1993, 43(3): 443—456.