

文章编号: 1000-4750(2008)04-0171-06

# 钢筋混凝土轴心受压柱的抗火设计方法研究

\*张智梅<sup>1,2</sup>, 叶志明<sup>1,2</sup>, 刘 涛<sup>1</sup>

(1. 上海大学土木工程系, 上海 200072; 2. 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

**摘 要:** 该文以四面受火钢筋混凝土轴心受压柱为研究对象, 在利用自编钢筋混凝土温度场有限元分析程序进行大量数值分析计算的基础上, 通过引入材料平均强度折减系数的概念, 建立了截面材料性能随受火时间变化的规律, 从而提出了一种类似常温下钢筋混凝土轴心受压柱设计计算的抗火设计新方法, 并编制了相应的分析程序。这种设计方法不直接依赖于具体的温度场分析, 仅取决于受火时间的长短, 为设计人员的抗火设计工作提供了很大便利。最后, 利用大量试验数据与该文提出的方法进行了对比研究。结果表明: 该文提出的钢筋混凝土轴心受压柱抗火设计方法是安全而有效的。

**关键词:** 钢筋混凝土; 轴心受压柱; 抗火设计方法; 温度场; 折减系数

**中图分类号:** TU375.3 **文献标识码:** A

## FIRE RESISTANCE DESIGN METHOD OF AXIALLY LOADED REINFORCED CONCRETE COLUMNS

\*ZHANG Zhi-mei<sup>1,2</sup>, YE Zhi-ming<sup>1,2</sup>, LIU Tao<sup>1</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China;

2. Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** The main objects of this paper are axially loaded reinforced concrete columns under the condition of four-face heating. Based on a lot of numerical analysis using finite element program for the reinforced concrete temperature field developed by the authors, a concept of mean strength reduction factor of material is introduced, the time-dependent material properties are established, and a simple design method which is similar to the design method used for reinforced concrete columns at ambient temperature is proposed. This design method is not directly dependent on the temperature field of the reinforced concrete cross-sections, and is only determined by the fire exposure time, so it is very convenient for design engineers. At last, the comparison between the experimental data and the theoretical results shows that the proposed fire resistance design method of axially loaded reinforced concrete columns is effective and safe.

**Key words:** reinforced concrete; axially loaded columns; fire resistance design method; temperature field; reduction factors

在火灾作用下, 钢筋混凝土柱作为结构中重要的竖向承重构件, 其抗火性能对整个结构的火灾安全性起决定作用。因此, 钢筋混凝土柱抗火性能的

研究成为许多国际性研究组织关于结构火灾安全性研究的焦点问题。

近年来, 国内外许多研究机构, 包括: 欧洲标

收稿日期: 2006-09-14; 修改日期: 2007-01-28

基金项目: 上海市教委科研项目(04AB74)

作者简介: \*张智梅(1972—), 女, 甘肃兰州人, 讲师, 博士生, 主要从事建筑结构抗火、抗震和加固方面的研究

(E-mail: zhangzhimei@staff.shu.edu.cn);

叶志明(1954—), 男, 上海人, 教授, 博士, 上海大学副校长, 主要从事结构工程、工程力学等领域的教学与研究

(E-mail: zmye@staff.shu.edu.cn);

刘 涛(1972—), 男, 山东高密人, 讲师, 博士, 主要从事工程抗震与加固、钢结构等方面的研究(E-mail:liutao27@citiz.net).

准化委员会(CEN)<sup>[1]</sup>, FIP-CEB 组织<sup>[2]</sup>, 美国混凝土学会(ACI)<sup>[3]</sup>以及我国的清华大学<sup>[4]</sup>、同济大学<sup>[5]</sup>等对火灾下钢筋混凝土柱的抗火性能进行了大量的试验研究和理论分析, 建立了许多数值分析模型, 提出了多种有关钢筋混凝土柱抗火设计的方法。

目前, 用于钢筋混凝土柱抗火设计的方法主要有三种, 即: 试验方法、数值分析方法和实用设计方法。这三种方法实际上是相互依赖、互为条件的。数值分析方法通常建立在大量试验研究的基础上, 反过来, 被试验数据校准的数值分析方法又可以用于试验研究的理论分析。而实用设计方法则是在大量数值分析计算和试验研究的基础上发展起来的适用于实际工程设计的一种方法。

对于广大设计人员来说, 通常是依靠实用设计方法来完成任务的。目前各国规范推荐的实用设计方法大多是通过限制钢筋混凝土柱的截面尺寸和混凝土保护层厚度等构造要求来实现对钢筋混凝土柱抗火性能的要求。但是, 最近一些学者的研究<sup>[6-7]</sup>表明这种经验式的设计方法存在着某些不安全因素。而且, 随着对材料高温力学性能的理解和掌握以及对钢筋混凝土构件高温性能研究的深入, 加之计算机技术的发展, 寻求更加合理可行的基于分析计算公式的钢筋混凝土柱实用抗火设计方法已成为可能。

本文以四面受火钢筋混凝土轴心受压柱为研究对象, 利用自编钢筋混凝土温度场有限元分析程序 TFARC(Temperature Field Analysis of Reinforced Concrete), 在进行大量的数值分析计算的基础上, 通过引入材料平均强度折减系数的概念, 建立了截面材料性能随受火时间变化的规律, 从而提出对处于某一特定时刻的高温状态下的钢筋混凝土柱, 可以按照常温下钢筋混凝土柱的计算方法来设计和校核, 并编制了相应的分析程序 ZYJSJ。本文提出的设计方法特点在于, 不直接依赖于具体的温度场分析, 仅取决于受火时间的长短, 从而为设计人员提供了很大便利。最后, 用大量试验数据与本文提出的方法进行了对比研究, 结果表明本文提出的钢筋混凝土柱抗火实用设计方法是安全而有效的。

## 1 材料平均强度折减系数的推导

在火灾高温作用下, 由于混凝土的热惰性, 使得钢筋混凝土柱截面上的温度分布极不均匀。与此相应, 由于截面上各点的材料力学性能都是温度的

函数, 因而各点具有不同的强度值和应力-应变本构关系。于是, 构件在常温下性质均匀的材料截面, 在高温下变为动态的非均匀的材料截面。然而, 构件在高温下的变形和承载力等性能必取决于截面材料性能的不均匀分布及其变化规律。因此, 要进行钢筋混凝土柱高温力学性能分析和抗火设计, 必须首先进行混凝土的温度场分析, 这就给广大设计人员带来了很大不便。

本文通过引入材料平均强度折减系数的概念, 在大量数值分析计算的基础上, 将与温度相关的材料强度折减系数, 转换为与时间相关的平均强度折减系数, 从而避免了钢筋混凝土柱的抗火设计计算对温度场的依赖。

### 1.1 混凝土的平均强度折减系数

为了得到混凝土截面平均强度折减系数, 首先对截面进行网格划分, 将截面离散成  $n$  个大小相同的单元。令:

$$K_c(t) = \frac{\sum_i A_{ci} f_c [T_i(t)]}{A_c f_c} \quad (1)$$

定义  $K_c(t)$  为  $t$  时刻混凝土截面的平均强度折减系数。式(1)中, 下标  $i$  表示第  $i$  个单元;  $A_{ci}$  表示  $i$  单元的截面面积;  $T_i(t)$  表示  $t$  时刻  $i$  单元的温度, 其值可由该单元各节点温度之和的平均值计算得到;  $f_c [T_i(t)]$  表示  $t$  时刻  $i$  单元的混凝土高温抗压强度;  $A_c$  和  $f_c$  分别表示柱截面面积和常温下混凝土的抗压强度。

在大量混凝土高温力学性能试验研究的基础上, 国内外许多研究机构都通过随温度变化的强度折减系数建立了混凝土高温抗压强度与常温抗压强度之间的关系, 即:

$$f_c(T) = K_c(T) f_c \quad (2)$$

式中,  $K_c(T)$  为随温度变化的混凝土抗压强度折减系数。在本文所进行的研究中, 采用了目前混凝土结构抗火研究中广泛使用的 Eurocode2 中建议的混凝土强度折减系数  $K_c(T)$ , 即:

$$\begin{aligned} K_c(T) &= 1.0, & T < 350^\circ\text{C} \\ K_c(T) &= (910 - T) / 560, & T \geq 350^\circ\text{C} \end{aligned} \quad (3)$$

将式(2)代入式(1)后即可得到  $K_c(t)$  和  $K_c(T)$  之间的关系:

$$K_c(t) = \frac{\sum_i A_{ci} f_c [T_i(t)]}{A_c f_c} = \frac{\sum_i A_{ci} K_c [T_i(t)] f_c}{A_c f_c} =$$

$$\frac{\sum_i K_c[T_i(t)]}{n} \quad (4)$$

由上述分析可知,  $K_c(t)$  取决于柱的截面形状、尺寸和受火时间。为了得到  $K_c(t)$  的数学表达式, 首先利用自编钢筋混凝土温度场有限元分析程序 TFARC, 按照上述定义平均强度折减系数时的网格划分, 分别对截面面积在  $0.04\text{m}^2-0.25\text{m}^2$  范围内的不同截面形状和尺寸的混凝土矩形柱进行了温度场分析计算, 将截面在不同时刻的单元温度值代入式(4)后, 可以分别建立起对应于各种不同截面的  $K_c(t)$  随时间  $t$  变化的规律。然后, 对不同截面下得到的  $K_c(t)$  再关于截面尺寸进行数值拟合分析, 从而再建立起  $K_c(t)$  随截面形状和尺寸变化的关系。分析中保守地取四面受火边界条件为第一类边界条件, 其温度变化同 ISO834 标准升温曲线, 并假设截面温度场沿柱轴线不变化, 属于二维温度场。数值分析还表明, 在满足截面长短边之比不大于 2 的情况下, 只要截面面积相等,  $K_c(t)$  对于边长的变化并不敏感, 因此可以认为  $K_c(t)$  仅与截面面积有关, 而与截面形状无关。

综上所述, 将经过大量有限元分析计算后得到的不同截面的  $K_c(t)$  随时间  $t$  变化的规律再关于截面面积  $A_c$  利用最小二乘法进行有理式拟合后得到:

$$K_c(t) = \frac{0.0033}{A_c + 0.0019} t^2 - \frac{0.047}{A_c + 0.047} t + 1 \quad (5)$$

式中:  $A_c/\text{m}^2$  为柱截面面积;  $t/\text{h}$  为受火时间。

由式(5)可见,  $K_c(t)$  仅与柱截面面积  $A_c$  和受火时间  $t$  有关。图 1 分别给出了截面尺寸为  $250\text{mm} \times 250\text{mm}$ ,  $350\text{mm} \times 350\text{mm}$ ,  $400\text{mm} \times 400\text{mm}$  时的  $K_c(t)$  的变化规律。

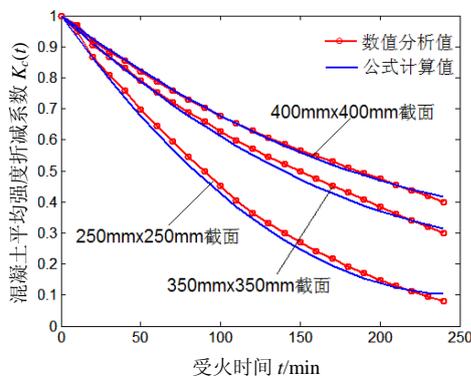


图 1 不同截面下  $K_c(t)$  随时间变化的关系

Fig.1 Relationship between  $K_c(t)$  and fire exposure time for different cross-sections

### 1.2 钢筋的平均强度折减系数

$$K_y(t) = \frac{\sum_j A_{sj} f_y [T_j(t)]}{A_s f_y} \quad (6)$$

定义  $K_y(t)$  为  $t$  时刻钢筋的平均强度折减系数。式(6)中, 下标  $j$  表示第  $j$  根钢筋;  $A_{sj}$  表示第  $j$  根钢筋的截面面积;  $T_j(t)$  表示  $t$  时刻第  $j$  根钢筋的温度, 其值可用该钢筋形心处混凝土的温度值来近似得到;  $f_y [T_j(t)]$  表示  $t$  时刻第  $j$  根钢筋的高温屈服强度;  $A_s$  和  $f_y$  分别表示柱截面钢筋的总面积和常温下钢筋的屈服强度。

同样, 在大量钢筋高温力学性能试验研究的基础上, 国内外许多研究机构都通过随温度变化的强度折减系数建立了钢筋高温屈服强度与常温屈服强度之间的关系, 即:

$$f_y(T) = K_y(T) f_y \quad (7)$$

式中,  $K_y(T)$  为随温度变化的钢筋屈服强度折减系数。在本文所进行的研究中, 同样采用了 Eurocode2 中建议的受压钢筋屈服强度折减系数  $K_y(T)$ , 其随温度变化的规律如表 1 所示。

表 1 钢筋屈服强度折减系数  $K_y(T)$

Table 1 Reduction factors for yield strength of rebar  $K_y(T)$

$T/^\circ\text{C}$	20	100	200	300	400	500	600
$K_y(T)$	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.78	0.47
$T/^\circ\text{C}$	700	800	900	1000	1100	1200	
$K_y(T)$	0.23	0.11	0.06	0.04	0.02	0.0	

将式(7)代入式(6)后即可得到  $K_y(t)$  和  $K_y(T)$

之间的关系:

$$K_y(t) = \frac{\sum_j A_{sj} f_y [T_j(t)]}{A_s f_y} = \frac{\sum_j A_{sj} K_y [T_j(t)] f_y}{A_s f_y} = \frac{\sum_j A_{sj} K_y [T_j(t)]}{A_s} \quad (8)$$

由上述分析可知,  $K_y(t)$  与钢筋的位置(即混凝土保护层厚度  $c$ )和受火时间  $t$  有关。

同理, 为了得到  $K_y(t)$  的数学表达式, 首先根据温度场数值分析计算得到对应于不同保护层厚度  $c$  的  $K_y(t)$  随时间  $t$  变化的规律; 然后再关于保护层厚度  $c$  利用最小二乘法进行数值拟合, 从而建立起  $K_y(t)$  随  $c$  变化的关系。考虑到工程实践中常用的混凝土保护层厚度, 本文分别进行了保护层厚

度在 15mm—50mm 范围内的分析计算, 最后得到:

$$K_y(t) = 1 - 19 \frac{t}{c} \geq 0 \quad (9)$$

式中:  $c/\text{mm}$  为混凝土保护层厚度 (从钢筋形心到混凝土边缘);  $t/h$  为受火时间。

在上述分析中, 一方面, 假设柱中的纵向钢筋均位于角部, 这样得到的钢筋平均强度折减系数具有一定的安全储备; 另一方面, 当钢筋混凝土柱受火时间较短时, 由于保护层的存在, 钢筋的屈服强度接近常温值, 但考虑到钢筋对截面承载力的贡献较小, 为简化计算, 在式(9)中偏安全地取  $K_y(t)$  随时间单调下降。由式(9)可见,  $K_y(t)$  仅与受火时间  $t$  和混凝土保护层厚度  $c$  有关。图 2 分别给出了保护层厚度为 20mm, 25mm, 40mm, 50mm 时的  $K_y(t)$  的变化规律。

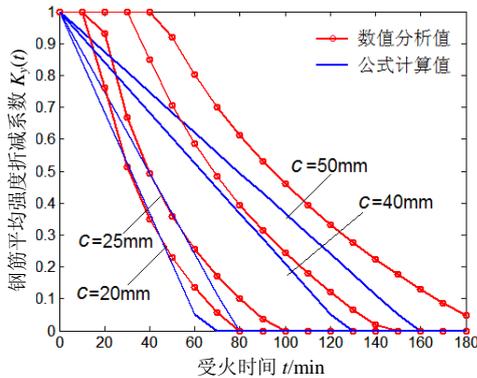


图 2 不同保护层下  $K_y(t)$  随时间变化的关系

Fig.2 Relationship between  $K_y(t)$  and fire exposure time for different concrete covers

## 2 轴心受压短柱的抗火设计方法

在火灾高温作用下, 钢筋混凝土轴心受压短柱的破坏是以混凝土压碎为标志的, 此时钢筋也达到屈服。因此对应于  $t$  时刻, 轴心受压短柱的承载力可表示为:

$$N(t) = N_c(t) + N_s(t) = \int_{A_c} f_c[T(t)]dA_c + \sum_j f_y[T_j(t)]A_{s_j} \quad (10)$$

式中:  $N_c(t) = \int_{A_c} f_c[T(t)]dA_c$  为混凝土对柱承载力的贡献;  $N_s(t) = \sum_j f_y[T_j(t)]A_{s_j}$  为钢筋对柱承载力的贡献。

对截面进行网格划分并引入材料平均强度折减系数后, 上式可以写成:

$$N(t) = K_c(t)f_cA_c + K_y(t)f_yA_s \quad (11)$$

需要注意的是, 无论是在火灾试验中, 还是在真实的火灾中, 都可以观察到混凝土的崩落现象<sup>[7-8]</sup>。崩落现象的发生, 不仅导致混凝土有效抗火面积减小, 加快了内部混凝土的升温速度, 而且使纵向钢筋失去应有的保护层而直接暴露于火场中, 因此, 加剧了混凝土和钢筋力学性能的恶化。为了考虑这一因素对柱抗火性能的影响, 本文参考文献[7]引入了混凝土崩落影响系数  $\delta(t)$ 。

$$\delta(t) = 1.0 - 0.3t \geq 0.85 \quad (12)$$

式中  $t/h$  为受火时间。

于是, 考虑混凝土崩落影响后, 钢筋混凝土轴心受压短柱的极限承载力为:

$$N(t) = \delta(t)[K_c(t)f_cA_c + K_y(t)f_yA_s] \quad (13)$$

## 3 轴心受压细长柱的抗火设计方法

对于长细比较大的细长柱, 由各种偶然因素所造成的初始偏心矩的影响是不可忽略的。由于  $P-\Delta$  效应的存在, 长柱的极限承载力将低于其他条件相同的短柱。这里采用和常温时一样的处理办法, 即引入长细比影响系数  $\varphi$  来考虑长细比  $\lambda$  对柱承载力的影响。通过数值计算和试验数据的对比, 并利用最小二乘法进行线性拟合后, 可以得到:

当  $\lambda \leq 20$  时,

$$\varphi(\lambda) = (3.15 \times 10^{-4}c - 2.85 \times 10^{-2})\lambda + 1;$$

当  $\lambda > 20$  时,

$$\varphi(\lambda) = -5.4 \times 10^{-3}\lambda + 6.3 \times 10^{-3}c + 0.539 \geq 0 \quad (14)$$

式中,  $c/\text{mm}$  为混凝土保护层厚度;  $\lambda$  为长细比,  $\lambda = l_0/i$ ,  $i$  为截面的回转半径,  $l_0$  为柱的计算长度。 $l_0$  与柱两端的约束情况有关, 当两端铰支时, 取  $l_0 = l$  (柱的实际长度); 当一端固定, 一端铰支时, 取  $l_0 = 0.7l$ ; 当两端固定时, 取  $l_0 = 0.5l$ 。

由于混凝土保护层厚度对钢筋的高温性能影响很大, 而钢筋性能的恶化会加剧  $P-\Delta$  效应对柱承载力的影响, 因此,  $\varphi$  除了和长细比  $\lambda$  有关外, 还与混凝土保护层厚度  $c$  相关。图 3 分别给出了混凝土保护层为 15mm, 25mm, 50mm 时的  $\varphi$  随  $\lambda$  的变化关系。

于是, 考虑长细比影响后, 高温下钢筋混凝土轴心受压细长柱的极限承载力为:

$$N(t) = \varphi(\lambda)\delta(t)[K_c(t)f_cA_c + K_y(t)f_yA_s] \quad (15)$$

由上式可以看出, 只要已知受火时间, 高温下轴心受压柱的极限承载力完全可以按照常温下轴心受压柱承载力的计算方法得到。

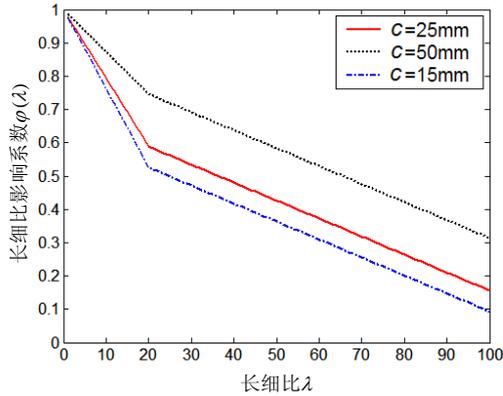


图3 不同保护层下  $\varphi$  随  $\lambda$  的变化

Fig.3 Relationship between  $\varphi$  and  $\lambda$  for different concrete covers

根据本文数值分析计算的范围, 式(5)、式(9)、式(14)和式(15)的适用范围为:

- 1) 柱处于四面受火条件下, 火场升温曲线为 ISO834 标准升温曲线。
- 2) 钢筋混凝土温度场非线性有限元分析程序 TFARC 中的混凝土导热系数、体积比热等热工性能参数取 Eurocode2 中的建议值。
- 3) 矩形截面柱, 截面面积范围:  $0.04\text{m}^2 \leq A_c \leq 0.25\text{m}^2$ 。
- 4) 截面的长边  $h$  与短边  $b$  的比值:  $h/b \leq 2$ 。
- 5) 混凝土保护层厚度  $c$  范围:  $15\text{mm} \leq c \leq 50\text{mm}$ 。
- 6) 柱的长细比  $\lambda$  范围:  $\lambda \leq 100$ 。

#### 4 本文提出的设计方法和试验结果的对比研究

依据上述理论分析, 编制了程序 ZYZSJ 用于火灾下钢筋混凝土轴心受压柱的承载力计算。为了检验本文提出方法的有效性, 将利用程序 ZYZSJ 计算得到的理论值和试验数据进行了对比研究。分别从文献[9-10]中收集了德国布朗斯威克大学、加拿大火灾研究所和比利时列日大学三家研究机构关于钢筋混凝土轴心受压柱的试验数据, 共计 34 根, 其中加拿大 19 根、比利时 5 根、德国 10 根(其中参考柱 30、柱 31、柱 37 的偏心距为 5mm, 近似看作轴心受压柱)。柱极限承载力的对比研究的结果分别如图 4、图 5 所示。

以上对比研究结果表明, 利用本文提出的防火设计方法进行钢筋混凝土轴心受压柱的设计是安全和有效的。

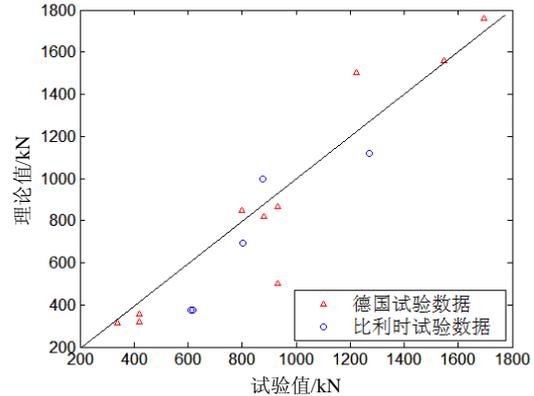


图4 理论值与德国和比利时试验数据的对比

Fig.4 Comparison of theoretical results and experimental data of Germany and Belgium experiments

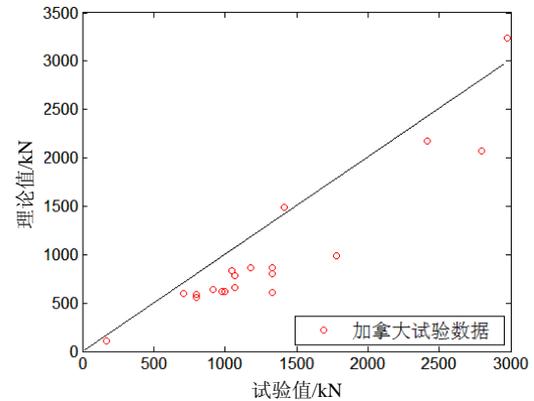


图5 理论值与加拿大试验数据的对比

Fig.5 Comparison of theoretical results and experimental data of Canada experiments

#### 5 算例分析

以德国布朗斯威克大学钢筋混凝土柱试验中 2 号参考柱为例, 说明本文提出的设计方法。该柱的主要设计参数如下:  $A_c = 300\text{mm} \times 300\text{mm}$ ,  $A_s = 1885\text{mm}^2 (6\phi 20)$ , 柱长  $l = 3.76\text{m}$ , 混凝土保护层厚度  $c = 38\text{mm}$ , 混凝土抗压强度  $f_c = 30.1\text{MPa}$ , 钢筋的屈服强度  $f_y = 487\text{MPa}$ , 柱两端为铰支。在 ISO834 标准火场温度的作用下, 该柱历时 84min 后破坏。

首先, 计算材料平均强度折减系数。

由式(5)和式(9)计算得到混凝土和钢筋的平均强度折减系数分别为:

$$K_c(t) = 0.59, \quad K_y(t) = 0.30。$$

其次, 计算混凝土崩落影响系数和长细比影响系数。

由于柱的受火时间为 84min, 根据式(12)可知混凝土崩落影响系数  $\delta(t) = 0.85$ 。

根据设计参数, 计算得到柱的长细比  $\lambda = 43.42 > 20$ 。将  $\lambda$  和  $c$  代入式(14), 得到长细比影响系数  $\varphi(\lambda) = 0.544$ 。

最后, 计算轴心受压柱的极限承载力。

将以上计算得到的各系数代入式(15), 并根据已知的设计参数, 得到:

$$N(t) = \varphi(\lambda)\delta(t)[K_c(t)f_cA_c + K_y(t)f_yA_y] = 866.78 \text{ kN}.$$

2号参考柱的试验破坏荷载为  $N_{\text{exp}} = 930 \text{ kN}$ ,

则:  $N(t)/N_{\text{exp}} = 866.78/930 = 0.932$ , 说明本文提出的方法是安全而有效的。

## 6 结论

(1) 通过引入材料平均强度折减系数的概念, 建立了材料性能随时间变化的规律, 从而避免了钢筋混凝土轴心受压柱的抗火设计计算对温度场的依赖。同时考虑了混凝土高温崩落现象的影响, 并进一步提出对处于某一特定时刻的高温状态下的钢筋混凝土轴心受压柱, 可以按照常温下钢筋混凝土轴心受压柱的计算方法来设计和校核。

(2) 本文研究中所进行的数值分析计算的范围具有相当的普遍意义, 因而本文提出的分析计算方法适用范围较广。

(3) 与试验结果的对比研究表明, 本文提出的钢筋混凝土轴心受压柱的抗火设计方法是安全而有效的。

(4) 利用本文提供的分析计算方法不仅可以得到与指定耐火时间相应的轴心受压柱的极限承载力。反之, 在柱极限承载力确定的情况下, 利用上述分析计算公式, 经过反复迭代, 也可以预测柱的耐火时间。由于篇幅所限, 本文不再给出相应的算例。

### 参考文献:

[1] European Prestandard, ENV 1992-1-2, Design of

Concrete Structures, Part 1-2: General rules-structural fire design [S]. 1995.

- [2] Comite Euro-International du Beton. Fire design of concrete structures, Bulletin d'information du CEB, No. 208 [R]. Lausanne: CEB/FIP, 1991.
- [3] American concrete institute. Guide for determining the fire endurance of concrete elements, ACI Committee report 216R-81 [R]. Farmington Hills: ACI, 1982.
- [4] 杨建平, 时旭东. 两种升温-加载途径下钢筋混凝土压弯构件受力性能的试验及分析[J]. 工程力学, 2001, 18(3): 81-90.  
Yang Jianping, Shi Xudong. Experimental study on behaviour of eccentrically compressed reinforced concrete members under different heat-loading paths [J]. Engineering Mechanics, 2001, 18(3): 81-90. (in Chinese)
- [5] 姚亚雄, 朱伯龙. 钢筋混凝土框架结构火灾反应分析[J]. 同济大学学报, 1997, 25(3): 255-261.  
Yao Yaxiong, Zhu Bolong. Fire response analysis of reinforced concrete frames [J]. Journal of Tongji University, 1997, 25(3): 255-261. (in Chinese)
- [6] Sebastjan Bratina, Bojan Cas, Miran Saje. Numerical modeling of behaviour of reinforced concrete columns in fire and comparison with Eurocode 2 [J]. International Journal of Solids and Structures, 2005, 42(21/22): 5715-5733.
- [7] Franssen J-M, Dotreppe J-C. Fire tests and calculation methods for circular concrete columns [J]. Fire Technology, 2003, 39(1): 89-97.
- [8] Kodur V K R, Wang T C, Cheng F P. Predicting the fire resistance behaviour of high strength concrete columns [J]. Cement & Concrete Composites, 2004, 26(2): 141-153.
- [9] 苏南, 林铜柱, Lie T T. 钢筋混凝土柱的抗火性能[J]. 土木工程学报, 1992, 25(6): 25-36.  
Su Nan, Lin Tongzhu, Lie T T. Fire resistance of reinforced concrete columns [J]. China Civil Engineering Journal, 1992, 25(6): 25-36. (in Chinese)
- [10] Tan K H, Yao Y. Fire resistance of four-face heated reinforced concrete columns [J]. Journal of Structural Engineering, 2003, 129(9): 1220-1229.