

文章编号: 1000-4750(2007)08-0054-06

基于动态近似边界条件的气动弹性数值模拟

*何 辉, 张伟伟, 叶正寅

(西北工业大学翼型叶栅空气动力学国防科技重点实验室, 陕西, 西安 710072)

摘 要: 发展了一种利用欧拉方程计算非定常气动力的数值方法, 通过在固定物面边界上满足动态近似边界条件计算出非定常气动力, 避免了在每个时间步重新生成网格或需用动网格技术进行网格变形处理过程, 提高了计算效率。运用这种方法计算了一系列非定常气动力算例, 并与非结构动网格准确边界条件下的欧拉方程解和实验数据进行了比较, 进一步分析了翼型俯仰角和马赫数对非定常气动力相对误差的影响。将气动力解算器与结构方程耦合进行气动弹性数值模拟, 计算了跨音速具有 S 型颤振边界的二元气动弹性标准算例—Isogai wing。算例结果表明, 利用动态近似边界条件的欧拉方程具有简便、高效的特点, 并能在小振幅情况下得到与精确边界条件精度相当的非定常流场解, 还可以用于气动弹性分析。

关键词: 气动弹性; 颤振; 动态近似边界条件; 翼型; 欧拉方程; 非定常气动力

中图分类号: V211 **文献标识码:** A

NUMERICAL SIMULATION OF AEROELASTICITY BASED ON DYNAMIC APPROXIMATE BOUNDARY CONDITIONS

*HE Hui, ZHANG Wei-wei, YE Zheng-yin

(National Key Laboratory of Aerodynamic Design and Research, Northwestern Polytechnic University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

Abstract: A numerical method is presented to calculate unsteady aerodynamics with Euler equations. Different from the traditional method in which unsteady flow field is calculated by recreating or deforming meshes at each time-step, dynamic approximate boundary conditions are satisfied on the stationary inner boundary so that only one set of mesh is needed in the present numerical method. A series of unsteady cases are calculated by this method, the results of which are compared with Euler solutions with accurate boundary conditions on moving meshes and experimental data. The relative errors due to the variation of pitching angles of the airfoil and Mach number are analyzed quantitatively. The CFD solver with the dynamic approximate boundary conditions is coupled with structural equations to predict the aeroelastic problem of an airfoil. A standard computing model of aeroelasticity (2-D Isogai wing with S type flutter boundary) is analyzed. The computed flutter boundaries agree well with the results of accurate boundary conditions. It is shown that the Euler equations based on dynamic approximate boundary conditions are brief and efficient, and are adequate to represent the airfoils with small deformation in unsteady cases and can be used for aeroelastic analysis.

Key words: aeroelasticity; flutter; dynamic approximate boundary conditions; airfoil; Euler equations; unsteady aerodynamics

收稿日期: 2005-12-31; 修改日期: 2006-06-26

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(10432040); 航空基金资助项目(04A53006)

作者简介: *何 辉(1982), 男, 河南人, 硕士生, 从事流体力学和流固耦合力学研究(E-mail: hehui865@163.com);

张伟伟(1979), 男, 江苏人, 博士生, 从事流体力学和流固耦合力学研究(E-mail: zww12345@sina.com);

叶正寅(1963), 男, 湖北人, 教授, 博士, 博导, 翼型叶栅空气动力学国防科技重点实验室主任, 从事流体力学和流固耦合力学研究(E-mail: yezy@nwpu.edu.cn).

随着飞行器速度的不断提高和飞行器结构重量及刚度的不断减小, 飞行器气动弹性问题在飞行器设计中也越来越突出。颤振问题在气动弹性问题中占有重要的地位, 准确高效的非定常气动力计算是开展颤振分析的基础。20 世纪 90 年代以来发展基于 CFD 技术的气动弹性数值模拟方法可以求解跨音速、大迎角等非线性气动弹性问题, 并逐步在工程应用中推广^[1~4]。然而, 完全依赖非定常 CFD 途径模拟气动弹性过程的计算量巨大, 如何减少计算量成为一项重要课题。

基于非结构网格的流场求解技术特别适合于复杂外形, 但复杂外形的非结构网格运动仍是一个技术难点。Stephens 等^[5,6]基于有限元方法提出了转换边界条件, 不必在每一个时间步重新生成或运动网格, 还可以避免网格剪切问题, 并用算例表明了该方法的准确性。Gao^[7,8]等人提出了一种解 Euler 方程的一种高效算法, 其思路是将翼型的上下表面边界条件压缩到 x 轴上, 通过在 x 轴上满足定常和非定常边界条件来得到流场。Yang 等^[9]基于固定的结构网格, 利用非定常 Euler 方程和有限体积求解技术, 比较了一阶简化边界条件和准确边界条件计算的跨音速气动力, 研究了翼型厚度和俯仰角对误差的影响, 并利用该简化边界条件方法求解了二维气动弹性响应问题。国内叶正寅等^[10]通过在固定物面边界上满足完全的非定常边界条件, 可以高效、简便地计算出非定常流场。

为了避免在每个时间步重新生成网格或利用动网格技术进行网格变形, 减少计算量, 提高效率, 本文借鉴以上计算气动力的方法, 基于非结构网格技术发展了一种利用 Euler 方程计算非定常气动力的数值方法, 通过在固定物面边界上满足动态近似边界条件计算出非定常气动力, 计算了一系列非定常气动力算例, 并与非结构动网格准确边界条件下的 Euler 方程解和实验数据进行了比较, 进一步分析了翼型俯仰角和马赫数对非定常气动力相对误差的影响, 将气动力解算器与结构方程耦合进行气动弹性数值模拟, 计算了二元气动弹性标准算例—Isogai wing 随 Ma 数的颤振边界。

1 非定常 Euler 方程的求解

控制方程是 ALE 描述的守恒型二维可压缩非定常积分形式的 Euler 方程, 其直角坐标系下的积分形式为:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} Q dV + \iint_{\partial\Omega} F(Q) \cdot n dS = 0 \quad (1)$$

在时间推进上采用 Jameson 提出的用于非定常计算的双时间推进法, 在空间离散上采用格心格式的有限体积法。方程(1)可表示为以下半离散形式的微分方程:

$$\frac{d}{d\tau} (\tilde{Q}_i^{n+1} V_i^{n+1}) + \tilde{R}^* (\tilde{Q}_i^{n+1}) = 0 \quad (2)$$

计算时在运动物面上应用非定常边界条件, 运用 Riemann 不变量关系来处理远场无反射边界条件, 用四步 Rung-Kutta 方法作显式的拟时间推进, 同时采用当地时间步长、隐式残值光顺等加速收敛措施。

2 非定常边界条件

在内边界上采用动态近似边界条件。边界条件的改变是由物面的运动和法线方向的变化引起的, 通过在定常边界上满足完全非定常条件来计算非定常流场。对于非定常无粘流动, 无穿透边界条件为

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{V}_b \cdot \mathbf{n} \quad (3)$$

上式表明流场垂直物面的速度分量必须等于物面速度在其法向的投影。在物面运动速度相对当地流场速度很小时, 物面流场的速度可以近似为

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_l + (\mathbf{V}_l \cdot (-\mathbf{n}) + \mathbf{V}_b \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{V}_l$ 是当地流场速度, $\mathbf{n}$ 是物面外法线单位矢量, $\mathbf{V}_b$ 是物面运动速度。

3 气动力验证

本文利用动态近似边界条件, 首先计算了翼型的非定常气动力, 并与动网格计算结果及实验值进行了比较。接下来研究了该方法对俯仰角和马赫数的依赖性。

算例 1. 为跨音速非定常气动力计算研究的标准算例, NACA0012 翼型绕其 $\frac{1}{4}c$ 弦点作简谐振动, 其瞬间攻角 $\alpha(t)$ 运动方程为:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_m \sin(\omega t) \quad (5)$$

式中 α_0 为平均攻角, α_m 为最大振幅攻角, 减缩角频率 $k = \omega c / 2V_\infty$, c 表示翼型弦长, ω 是角频率, V_∞ 为无穷远来流速度。 $M_a = 0.755$, 平均攻角 $\alpha_0 = 0.016^\circ$, 最大振幅攻角 $\alpha_m = 2.51^\circ$, 减缩角频率 $k = 0.0814$ 。

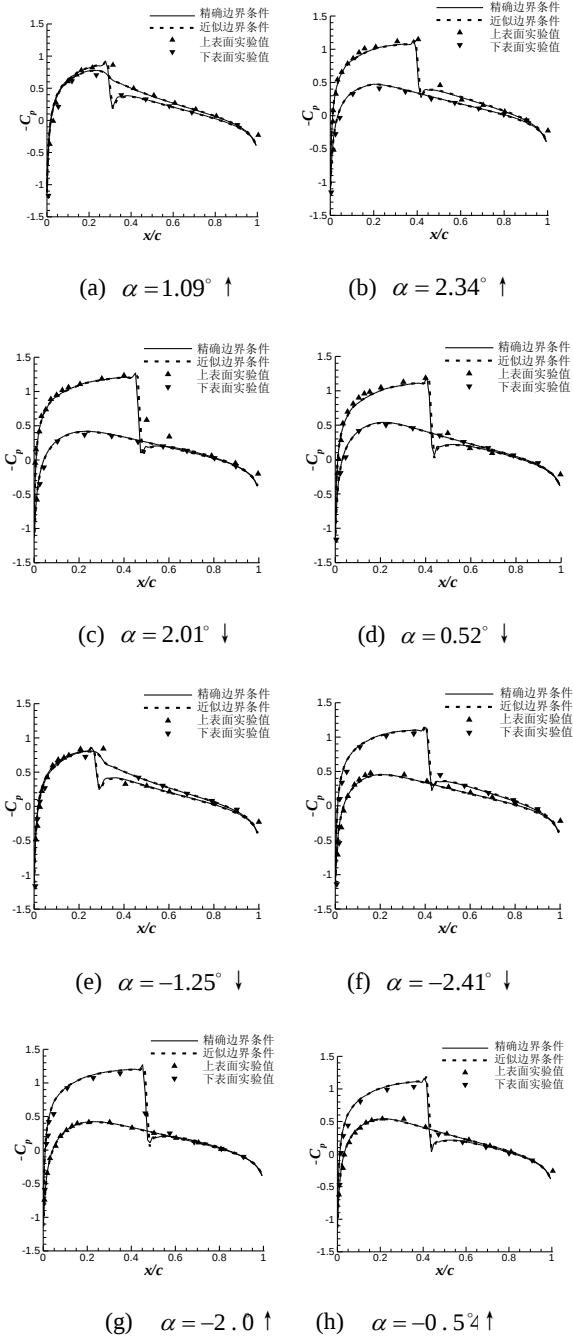


图 1 一个周期内不同时刻的压力分布
Fig.1 Pressure distribution in a period

图 1 给出了不同时刻动态近似边界条件计算的压力分布与动网格准确边界条件计算结果以及实验结果比较情况。从计算结果可以看出，本文方法与动网格方法计算结果基本重合，而且与实验结果吻合很好，说明本文方法完全可以描述非定常流动，并能准确计算出跨声速非定常激波的变化。

算例 2. 计算了不同俯仰角和马赫数下 NACA0012 所受的非定常气动力。图 2 和图 3 给出了 $M_a = 0.755$ ， $k = 0.0814$ 时翼型升力系数、力矩

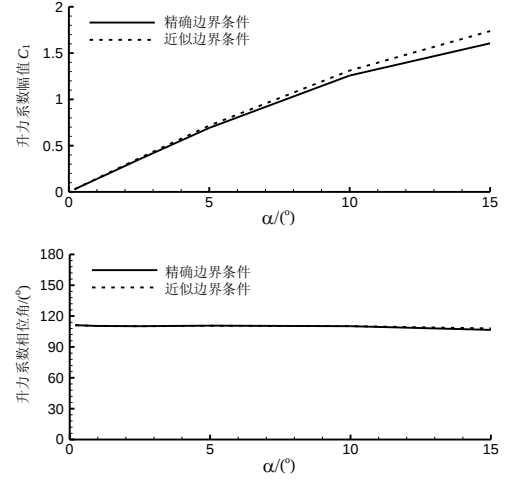


图 2 升力特性随振幅攻角变化
Fig.2 Comparison of the first mode of lift coefficients versus the amplitude of the pitching

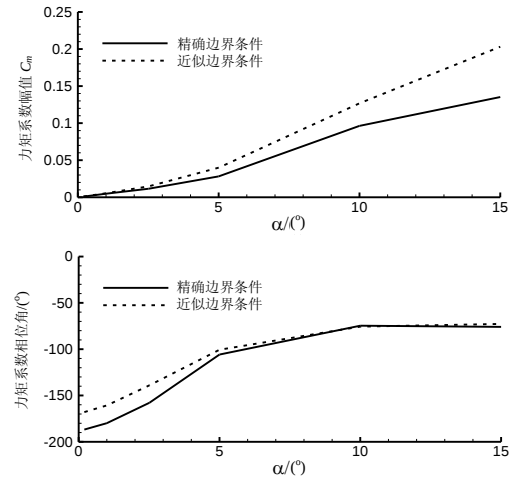


图 3 力矩特性随振幅攻角变化
Fig.3 Comparison of the first mode of moment coefficients versus the amplitude of the pitching

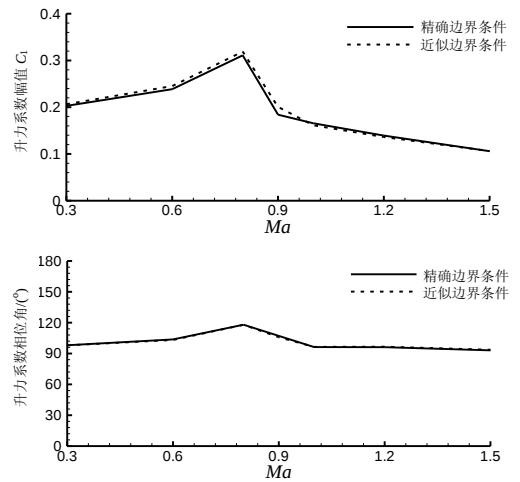


图 4 升力特性随马赫数变化
Fig.4 Comparison of the first mode of lift coefficients versus the Mach number

系数的幅值及相位随振幅角的变化情况。图 4 和图 5 给出了 $k=0.0814$, $\alpha_m=2^\circ$ 时升力系数、力矩系数的幅值及相位随马赫数的变化情况。

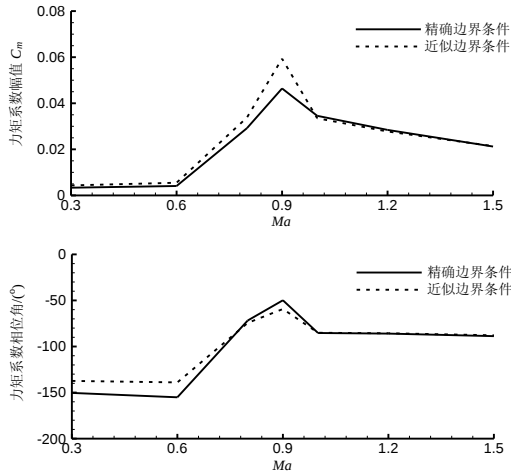


图 5 力矩特性随马赫数变化

Fig.5 Comparison of the first mode of moment coefficients versus the Mach number

从图中可以看出,在小振幅情况下,准确边界条件与动态近似边界条件计算的升力系数幅值和相位基本重合,而力矩系数幅值和相位相对误差较大,主要因为跨音速来流条件下翼型的气动中心很靠近所选力矩作用点(1/4 弦长处),力矩系数数量级较小,对翼型表面的压力分布的差别很敏感。从图 5 可以看出,在超音速阶段的力矩系数和幅值很吻合,因为此时翼型的气动中心在约 1/2 弦长位置,离力矩作用点较远。在较大振幅下,由于内边界的变化较大,近似边界条件计算的气动力结果与准确边界条件相比误差较大。因此,动态近似边界条件在小振幅情况下能够得到与精确边界条件精度相当的非定常流场解,且力矩作用点距离气动中心较远时结果更准确。

4 结构运动方程的时域求解

公式(6)给出了机翼的气动弹性控制方程。

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \quad (6)$$

对于二元机翼颤振,设无因次时间 $\tau = \omega_\alpha \cdot t$, 则:

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & x_\alpha \\ x_\alpha & r_\alpha^2 \end{bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} (\omega_h/\omega_\alpha)^2 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \end{bmatrix},$$

$$\{F\} = \frac{1}{\pi k_c^2 \mu} \begin{Bmatrix} -C_l \\ 2C_m \end{Bmatrix} = \frac{1}{\pi} \cdot V_f^{*2} \begin{Bmatrix} -C_l \\ 2C_m \end{Bmatrix}, \{q\} = \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix},$$

$$k_c = \omega_\alpha \cdot b / V_\infty, \quad \mu = \frac{m}{\pi \rho b^2}$$

$[M]$ 、 $[K]$ 、 $\{F\}$ 、 $\{q\}$ 、 k_c 和 μ 分别为无因次质量阵、刚度阵、力矢量、位移矢量、减缩频率和质量比。 C_l 、 C_m 分别为升力系数和力矩系数, r_α 为机翼对刚心的无量纲回转半径, x_α 为重心在刚心之后的无量纲距离, ω_h 、 ω_α 为两个自由度的固有振动频率。

则无因次颤振速度 $V_f^* = V_\infty / (\omega_\alpha \cdot b \cdot \mu^{1/2})$

通过引入变量 $E = [q_1, q_2, \dots, q_N, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N]^T$,

则可变成: $\dot{E} = A \cdot E + B \cdot F$,

$$\text{其中 } A = \begin{bmatrix} O & I \\ -M^{-1}K & O \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} O \\ M^{-1} \end{bmatrix}$$

即: $\dot{E} = f(E, t) = A \cdot E + B \cdot F(E, t)$

在每一时间步内,将 F 视为时间 t 的单值函数,采用文献[11]改进的龙格-库塔推进方法:

$$\begin{cases} E_{n+1} = E_n + (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) / 6 \\ k_1 = \Delta t \cdot (A \cdot E_n + B \cdot F(t)) \\ k_2 = \Delta t \cdot (A \cdot (E_n + k_1 / 2) + B \cdot F(t + \Delta t / 2)) \\ k_3 = \Delta t \cdot (A \cdot (E_n + k_2 / 2) + B \cdot F(t + \Delta t / 2)) \\ k_4 = \Delta t \cdot (A \cdot (E_n + k_3) + B \cdot F(t + \Delta t)) \end{cases}$$

后三步龙格库塔中的 $F(t + \Delta t / 2)$ 和 $F(t + \Delta t)$ 可以通过前几个时刻 ($F(t)$, $F(t - \Delta t)$, $F(t - 2\Delta t)$) 的值相应地外插(抛物插值)得到。文献[11]证明这种处理方式的准确度要高于传统的冻结气动力的方法。同时该方法也保证在一个时间步内仅调用一次流场求解器,为标准龙格库塔方法计算量的四分之一。一个周期保证40个~60个计算点就能保证颤振速度的准确度在1%以内。

5 算例与分析

计算了二维跨音速气动弹性标准算例^[2]

(Isogai wing)的颤振边界。NACA 64A010翼型, $\alpha = 0^\circ$, $a = -2.0$, $x_\alpha = 1.8$, $r_\alpha^2 = 3.48$, $\omega_h / \omega_\alpha = 1.0$, $\mu = 60$, 其中 a 为刚心在弦线中点之后的无量纲距离。

图 6~图 8 给出了 $Ma=0.825$ 时,在亚临界、临界和超临界来流速度下 Isogai wing 沉浮和俯仰运动的响应曲线。从图中可以看出,三种情况下翼型的模态响应分别是收敛、等幅振荡和发散的。以上计算结果表明动态近似边界条件和准确边界条件都可以正确描述翼型的稳定情况,尽管动态近似边界条件计算的模态响应曲线振幅和准确边界条件计算的模态响应曲线振幅略有不同。

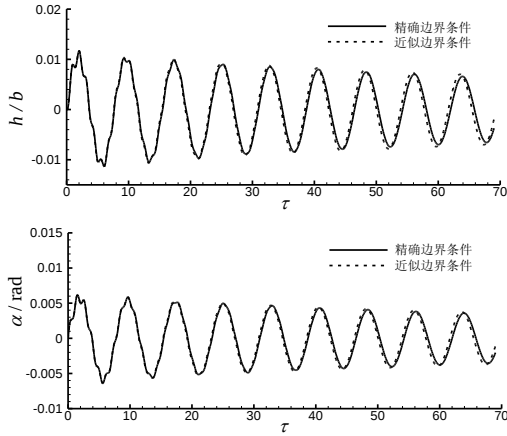
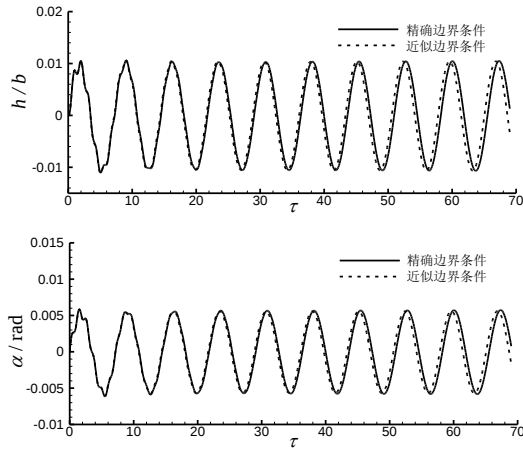
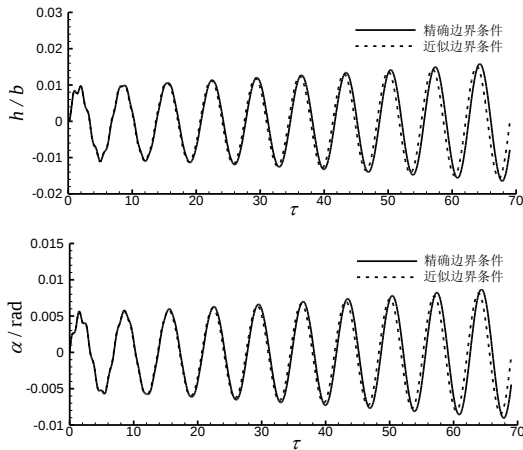
图6 $V_f^* = 0.50$ 时 Isogai wing 的亚临界响应曲线Fig.6 Isogai wing's subcritical responses at $V_f^* = 0.50$ 图7 $V_f^* = 0.62$ 时 Isogai wing 的临界响应曲线Fig.7 Isogai wing's critical responses at $V_f^* = 0.62$ 图8 $V_f^* = 0.70$ 时 Isogai wing 超临界响应曲线Fig.8 Isogai wing's supercritical responses at $V_f^* = 0.70$

图9和图10分别给出了Isogai wing的颤振速度边界和颤振频率边界。从图11中可以看出采用动态近似边界条件的计算结果在 $Ma < 0.875$ 时与准确边界条件和Alonson & Jameson的结果很接近, 在

$0.875 \leq Ma \leq 0.90$ 时动态近似边界条件和准确边界条件的计算结果及其它两个文献结果都出现了多个颤振临界点, 但颤振速度相互有一定的差别。这个对比结果可以验证本文的气动弹性数值模拟方法是可靠的。在 $Ma = 0.90$ 附近, 动态近似边界条件与准确边界条件差别较大, 可能因为该马赫数段对许多参数十分敏感, 不同研究者判断颤振速度的标准也存在差别。

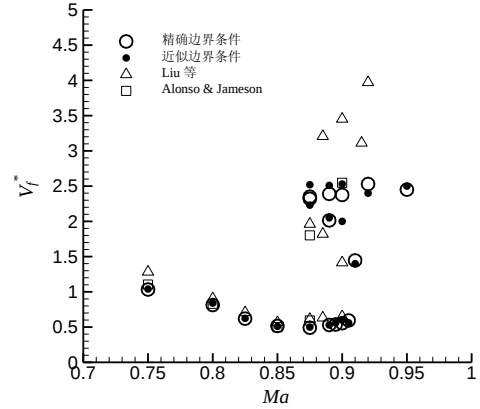


图9 Isogai wing 颤振速度边界

Fig.9 Boundary of flutter speeds for the Isogai wing

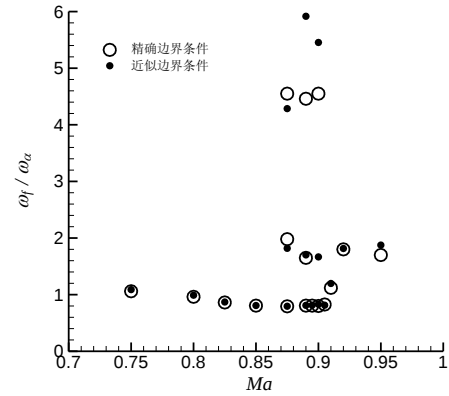


图10 Isogai wing 颤振频率边界

Fig.10 Boundary of flutter frequencies for the Isogai wing

6 结论

发展了一种利用 Euler 方程计算非定常气动力的数值方法, 通过在固定物面边界上满足动态近似边界条件计算出非定常气动力, 避免了在每个时间步重新生成网格或需用动网格技术进行网格变形处理过程, 提高了计算效率, 并为解决复杂外形的非结构网格运动这一难题提供了一个很好的思路。本文方法计算效率的提高是通过节省重新生成网格或运动网格的时间来实现的, 因此在网格较密和计算步数较多时, 计算工作量比精确边界条件减少越多, 更能体现该方法的在计算效率上的优势。通

过将动态近似边界条件计算的非定常气动力与非结构动网格的计算结果以及实验结果进行比较,证明动态近似边界条件在小振幅情况下能够得到与精确边界条件精度相当的非定常流场解,且在力矩作用点距离气动中心较远时结果更准确。由于利用动态近似边界条件的 Euler 方程可以准确计算翼型小扰动条件下的非定常气动力,将气动力解算器与结构方程耦合进行气动弹性数值模拟。通过动态近似边界条件和准确边界条件气动弹性仿真结果的对比,说明动态近似边界条件适用于气动弹性分析,在提高效率的同时,具有很高的精度。

参考文献:

- [1] Alonso J J, Jameson A. Fully-implicit time-marching aeroelastic solutions [R]. AIAA 94-0056, 1994.
- [2] Liu F, Cai J, Zhu Y, Wong A S F, Tsai H M. Calculation of wing flutter by a coupled fluid-structure method [J]. Journal of Aircraft, 2001, 38(2): 334~342.
- [3] 叶正寅, 王刚. 利用 N-S 方程模拟机翼气动弹性的一种计算方法[J]. 计算物理, 2001, 18(5): 397~401.
Ye Zhengyin, Wang Gang. A method to simulate the aeroelastic problem based on navier-stokes equations [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2001, 18(5): 397~401. (in Chinese)
- [4] Bennett R M, Edwards J W. An overview of recent development in computational aeroelasticity [R]. AIAA 98-2421, 1998.
- [5] Stephens C H, Arena Jr A S, Gupta K K. Application of the transpiration method for aeroservoelastic prediction using CFD [R]. AIAA 98-2071, 1998.
- [6] Stephens C H, Arena Jr A S, Gupta K K. CFD-based aeroservoelastic predictions with comparisons to benchmark experimental data [R]. AIAA 99-0766, 1999.
- [7] Gao Chao, Luo Shijun, Liu Feng. Solution of Euler equations with approximate boundary conditions for thin airfoils [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2003, 21(6): 683~686.
- [8] Gao C, Luo S J, Liu F, Schuster D M. Calculation of unsteady transonic flow by an euler method with small perturbation boundary conditions [R]. AIAA 03-1267, 2003.
- [9] Yang S C, Liu F, Luo S J, Tsai H M, Schuster D M. Time-domain aeroelastic simulation on stationary body-conforming grids with small perturbation boundary conditions [R]. AIAA 04-885, 2004.
- [10] 马明生, 叶正寅. 欧拉方程计算非定常流动的一种数值方法[J]. 空气动力学报, 2003, 21(4): 459~463.
Ma Mingsheng, Ye Zhengyin. A numerical method to calculate unsteady flow with Euler equations [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2003, 21(4): 459~463. (in Chinese)
- [11] 张伟伟, 吕丽丽, 叶正寅. 一种改进的气动弹性时域推进方法[J]. 振动与冲击, 2005, 24(5): 118~120.
Zhang Weiwei, Lu Lili, Ye Zhengyin. An improved time-marching technique for solving aeroelastic equations [J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(5): 118~120. (in Chinese)

(上接第 76 页)

参考文献:

- [1] Lee W B, Ma Z R. Prediction of the limiting shape and die-height in the hydraulic bulge-forming of a circular cup [J]. Journal of Materials Processing Technology, 1995, 51 (1-4): 309~320.
- [2] Ahamed M, Hashmi M S. Comparison of free restrained bulge forming by finite element method simulation [J]. Journal of Materials Processing Technology, 1997, 63 (1): 651~654.
- [3] 金巨年. 防爆薄膜极限强度(爆破压力)及其变形的研究 [J]. 大连工学院学报, 1961, (3): 145~169.
Jin Junian. Research on the rupture pressure and deformation of rupture doscs [J]. Journal of Dalian University of Technology, 1961, (3): 145~169. (in Chinese)
- [4] Chater E, Neale K. Finite plastic deformation of a circular membrane under hydrostatic pressure- I rate-independent behaviour [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1983, 25 (4): 219~233.
- [5] Chen D, Cheng S. Non-linear analysis of prestretched circular membrane and a modified iteration technique [J]. International Journal of Solids and Structures, 1996, 33 (4): 545~553.
- [6] Gleyzal A. Plastic deformation of a circular diaphragm under pressure [J]. Journal of Applied Mechanics, 1948, 15 (3): 288~296.
- [7] Weil N A, Newmark N M. Large plastic deformation of circular membranes [J]. Journal of Applied Mechanics, 1955, (12): 533~538.
- [8] Tuan C Y. Ponding on circular membranes [J]. International Journal of Solids and Structures, 1998, 35 (3/4): 269~283.
- [9] Brennan K E, Campbell S L, Petzold L R. Numerical solution of initial-value problems in differential-algebraic equations [M]. Philadelphia: SIAM, 1989.
- [10] Brayton R, Gustavson F G, Hachtel G D. A new efficient algorithm for solving differential - algebraic systems using implicit backward differentiation formulas [J]. Proceedings of the IEEE, 1972, 60 (1): 98~108.
- [11] Klopfenstein R W. Numerical differentiation formulas for stiff systems of ordinary differential equations [J]. RCA Review, 1971, 32 (3): 447~462.
- [12] Shampine L F, Reichelt M W. The MATLAB ODE suite [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1997, 18 (1): 1~22.
- [13] Shampine L F, Reichelt M W, Kierzenka J A. Solving index-1 DAEs in MATLAB and simulink [J]. SIAM Review, 1999, 41 (3): 538~552.
- [14] 高光藩, 丁信伟. 侧向受载大变形金属薄膜极限荷载计算的半经验方法 [J]. 工程力学, 2004, 21(5): 116~120, 165.
Gao Guangfan, Ding Xinwei. A semi-empirical method to calculate the ultimate load of metallic membranes undergoing large deformation and lateral pressure [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(5): 116~120, 165. (in Chinese)