

文章编号: 1000-4750(2007)08-0043-06

复合材料加筋层合板的极限强度分析

*唐文勇, 陈念众, 张圣坤

(上海交通大学海洋工程国家重点实验室, 上海 200030)

摘 要: 基于更新拉格朗日格式, 应用非线性层合三维退化壳元, 结合有效的复合材料失效准则、刚度退化模型以及提出的刚度矩阵奇异判断准则, 对复合材料加筋层合板在轴向载荷作用下的压缩极限强度问题进行深入研究。讨论了铺层方式、板厚等对极限强度的影响。通过与试验结果进行比较, 表明基于提出的刚度矩阵奇异判断准则, 结合增量更新拉格朗日格式下非线性层合三维退化有限元的计算方法, 能有效计算复合材料加筋层合板的轴向压缩极限强度, 并具有很高的精度。

关键词: 复合材料结构; 极限强度; 非线性有限元; 失效准则; 加筋层合板

中图分类号: TB33; O346 **文献标识码:** A

ULTIMATE STRENGTH ANALYSIS OF STIFFENED LAMINATED PLATES

*TANG Wen-yong, CHEN Nian-zhong, ZHANG Sheng-kun

(State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: Based on the effective failure criterion and the stiffness degradation model for composite material, the ultimate strength of stiffened laminated plates is studied. The analysis model is established by nonlinear degenerated laminate three-dimension shell element method, which is derived from the incrementally updated Lagrangian formulation. In order to obtain the accurate ultimate strength of the plate, a new criterion for judging the singularity of the solution matrix is presented. The effects of stacking sequences and thickness of lamina on the compressive ultimate strength of the plate are discussed. Comparisons between analytical solutions and test results indicate that the nonlinear degenerated laminate three-dimension shell element model is an effective way to analyze the axial compressive ultimate strength of composite laminate stiffened plates. The judgment criterion proposed in this paper improves the validity of analytical results.

Key words: composite structure; ultimate strength; nonlinear finite element; failure criteria; stiffened laminated plate

复合材料加筋层合板壳极限分析的求解方法一般都为非线性分析方法, 可归为两大类: 非线性解析方法和非线性数值方法^[1]。但在实际的工程中, 由于板壳几何形状的复杂性, 载荷、材料、板壳厚度和边界条件的多样性, 一般只能用非线性数值方法来求解。非线性数值方法中以非线性有限元法目前应用最广泛, 也最为实用。

Smith 和 Dow 研究了复合材料帽形加筋板在轴向压缩载荷作用下的极限强度, 但由于没有对加筋板进行刚度折减, 他们的方法并不准确^[2]。后来 Dow 做了大量用于船舶结构的复合材料层合板、加筋层合板及其他结构连接构件的极限强度实验, 并采用非线性有限元程序对实验结果进行了比较分析^[3]。文献[4]也通过 283 块简支矩形玻璃钢薄板的压缩屈

收稿日期: 2005-12-20; 修改日期: 2006-05-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10202013)

作者简介: *唐文勇(1970), 男, 湖北人, 教授, 博士, 从事船舶结构力学研究(E-mail: wytang@sjtu.edu.cn);

陈念众(1974), 男, 浙江人, 博士, 从事船舶结构力学研究;

张圣坤(1942), 男, 浙江人, 教授, 博导, 上海造船工程学会理事长, 从事船舶结构力学研究。

曲极限强度试验,证明复合材料薄板在屈曲失稳后仍能继续承载。

Reddy 等用 Layerwise 板理论来对三点弯曲层合板进行渐进极限分析,层合板的刚度退化依据失效模式在高斯点进行退化^[5]。Hu 将非线性有限元与考虑非线性面内剪切的非线性本构模型相结合,使用 Tsai-Wu 失效准则来预测基体的断裂和纤维层的失效,分析了复合材料层合板受单向面内压缩载荷作用下的失效载荷^[6]。

最近,Chen 等基于梁柱理论,应用 Smith 法研究了复合材料船体的纵向极限强度及其可靠性^[7]。Mayes 等建立了层合板材料失效强度的非线性逐步破坏算法,分析选定的层在单轴和双轴载荷作用下直至达到极限强度过程中的非线性行为和逐步破坏^[8]。Prusty 根据一阶剪切变形理论和剪切修正因子,讨论了加筋对极限强度的影响,但其研究在线弹性范围内,且忽略了发生破坏的分层的刚度^[9]。

由于材料失效准则不尽完善、实验资料不全、渐进分析方法存在各种缺陷,复合材料结构的极限分析仍处于发展阶段。本文基于更新拉格朗日格式,应用非线性层合三维退化壳元,结合有效的复合材料失效准则、刚度退化模型,并提出刚度矩阵奇异判断准则,对复合材料加筋层合板在轴向载荷作用下的压缩极限强度问题进行了深入研究,与试验的比较证明本文方法具有非常高的精度。

1 刚度矩阵奇异判断准则

复合材料加筋层合板的极限强度分析基本步骤一般是先计算结构的应力或应变,然后判断应力或应变是否满足材料的失效准则;如果材料失效准则满足,则对结构的刚度进行退化;然后继续计算刚度退化后结构的应力与应变,再进行失效准则的判断;若失效准则满足,则再进行刚度退化,直到结构达到其极限强度。本文的几何非线性有限元计算采用基于更新的拉格朗日格式的非线性层合三维退化壳元。方程求解采用了增量加载法,在每个增量步长中采用修正的 Newton-Raphson 方法(MNR 法)。为了解决 MNR 法在收敛性方面的不足,采用 Aitken 加速法。

复合材料结构渐进极限分析的最终目的是要得到结构的极限载荷。然而,当结构达到其极限承载能力时,结构切线刚度矩阵将会发生奇异,这时,有限元计算程序将无法运行。所以,准确提前判断

结构刚度矩阵奇异,将是准确获取结构极限承载能力的关键。MNF 法求解的增量形式的有限元方程为:

$${}^{\tau}K\Delta U^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\lambda R_0 - \frac{{}^{t+\Delta t}F^{(i)}}{{}^{t+\Delta t}} \quad (1)$$

式中,当结构快达到崩溃状态时,切线刚度矩阵 ${}^{\tau}K$ 将变得很小或奇异。对这一状态进行判断的传统方法一般有:

(1) 当迭代不收敛时。采用 MNR 法计算时,当载荷达到结构极值或极限点时,会出现总不能收敛的情况。这种方法在程序中要设置一定的收敛允许步数,一般允许步数应设置大些,因为快到结构极值或极限点时,计算非线性程度会很严重。所以这种方法将降低程序的计算效率,且不一定能准确地找到结构强度极限点;

(2) 当 ${}^{\tau}K$ 的矩阵行列式接近 0 时。在采用 Newton-Raphson 方法计算时,载荷达到结构极值或极限点, ${}^{\tau}K$ 会奇异,则 ${}^{\tau}K$ 的行列式自然会等于 0。但实际计算表明 ${}^{\tau}K$ 的矩阵行列式接近 0 的标准不好确定,故这种方法在实际计算中不易实施;

(3) 当加小量载荷位移突增时,便认为达到了结构极值或极限点。这是现在广泛采用的一种方法,这种方法在大多数情况下能很有效地找到结构极值或极限点。但是什么情况才算是位移突增呢?突增的标准如何定?而且即使找到位移突增点,也会与真实的极值或极限点有些距离。

针对上述方法的不足,本文提出能准确判断刚度矩阵奇异的刚度矩阵奇异判断准则。根据结构快达到崩溃状态时,切线刚度矩阵 ${}^{\tau}K$ 将会病态的特点,本文在实际计算中采用了 ${}^{\tau}K$ 的 1 范数与 ${}^{\tau}K$ 逆矩阵的 1 范数乘积的倒数小于一小数 γ (本文取 2.2×10^{-16})来判断 ${}^{\tau}K$ 是否已经奇异,然后据此来找到结构的极限点。该准则可表达如下:

$$\frac{1}{\max_j \sum_{i=1}^{sdof} |k_{ij}| \times \max_j \sum_{i=1}^{sdof} |k'_{ij}|} < \gamma \quad (2)$$

式中, k_{ij} 是 ${}^{\tau}K$ 中第*i*行第*j*列的元素, k'_{ij} 是 ${}^{\tau}K$ 逆矩阵中第*i*行第*j*列的元素,*sdof*是系统自由度数。

2 材料失效准则

复合材料材料失效准则直接关系到复合材料结构极限强度计算的准确性。目前最常采用的失效准则有最大应力准则、最大应变准则、Tsai-Wu、Tsai-Hill、Hoffman、Cowin 和 Malmeister 准则^[10]。

综合来看,最大应力准则和 Tsai-Wu 准则对一般复合材料的失效判断比较准确。Tsai-Wu 准则的表述为:当式(4)中的张量关系式满足时,材料失效^[11]。

$$F = \sum_{i=1}^6 F_i \sigma_i + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 F_{ij} \sigma_i \sigma_j \geq 1 \quad (4)$$

式中, σ_i 是材料主轴方向的应力。

3 刚度退化模型

通常复合材料刚度退化模型可分为以下三类:完全退化模型、有限退化模型及剩余刚度退化模型。相对来说,完全退化模型比较保守,剩余刚度退化模型比较复杂,而有限退化模型是比较实用且有效的刚度退化模型。本文在综合考虑了各方面的因素后,选取有限退化模型作为加筋层合板轴向压缩极限强度分析时的刚度退化模型。即当结构的某层某区域应力或应变满足材料失效准则中的关系式时,根据失效模式进行判别,退化一部分刚度,仍然保留其他刚度。

为准确模拟外载作用下结构刚度渐进退化的过程,本文采取了基于非线性有限元方法的渐进刚度有限退化计算:首先,计算外载作用下结构各个高斯点处的应力,把这些应力代入到材料失效准则判断式看材料是否已经失效,若判断式满足,则在高斯点处退化其相应的刚度。然后,在相同外载作用下,继续计算各个高斯点处的应力,再进行材料失效判断,若仍有高斯点失效,则继续退化其相应的刚度,计算结构的应力应变,进行材料失效判断,直到在该载荷作用下再没有其他高斯点失效,然后增加载荷继续计算。重复上述计算,直到结构达到其极限强度。

Tsai-Wu 准则下的刚度退化的处理,先设

$$\begin{aligned} H_1 &= F_1 \sigma_{11} + F_{11} \sigma_{11}^2, & H_2 &= F_2 \sigma_{22} + F_{22} \sigma_{22}^2 \\ H_4 &= F_{44} \sigma_{23}^2, & H_5 &= F_{55} \sigma_{13}^2, & H_6 &= F_{66} \sigma_{12}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

在高斯点处,如果式(5)满足,计算各 H_i 。然后比较各 H_i , 最大的 H_i 项被认为是最主要的失效模式,与其相应的弹性模量退化为 0。例如:若 H_1 最大,则退化相应于 1 方向的弹性模量 E_1 ;若 H_4 最大,则退化相应于 23 方向的剪切弹性模量 G_{23} , 依此类推。

4 加筋层合板的渐进崩溃分析步骤

加筋层合板渐进崩溃分析的步骤如下:

(1) 对层合板进行基于更新拉格朗日格式的非

线性有限元计算,解得各高斯点总体坐标下的各应力分量值;

(2) 把各高斯点处的各应力分量由总体坐标变换到材料主坐标;

(3) 计算各高斯点处的 F 值;

(4) 如果高斯点处发生失效(即 $F \geq 1$), 则在每个失效的高斯点处找出它们当中最大的 $H_{\max}$; 然后把这些高斯点上相应于这些 $H_{\max}$ 的弹性模量退化为 0; 重新计算加筋层合板的刚度矩阵, 再在相同外载下进行非线性有限元分析; 直至所有高斯点上没有材料失效发生, 然后继续加载;

(5) 按步骤(1)~步骤(4)循环计算, 直到加筋层合板的刚度矩阵发生奇异, 停止计算。这时的外载荷即为加筋层合板所能承受的最大载荷, 即加筋层合板的极限强度值。

5 计算实例分析

下面对由韩国高级科学技术学院 Kong 等人^[12]做的一块 T 字型加筋层合板和一块工字型加筋层合板受轴向压力作用下的极限试验进行理论分析, 并将计算结果与试验值进行比较。

5.1 试验描述

试验中的加筋层合板的材料为石墨/环氧, 材料特性及强度指标见表 1, 两块加筋板的几何尺寸和几何形状如图 1、图 2 所示^[12]。边界条件均为: 受载边夹紧, 非加载边自由。加筋板均由面板和加筋两部分组成, 面板的铺层方式均为: $[0/90/45/0/-45]_s$, 层数为 10, 加筋的铺层方式均为: $[0/90/\pm 45]_s$, 层数为 8。

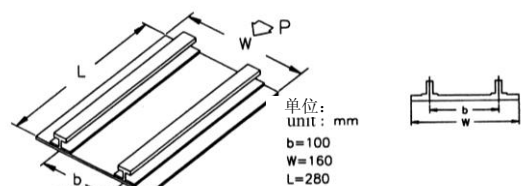


图 1 试验中加筋板的形状及尺寸示意图

Fig.1 Geometry of stiffened plates

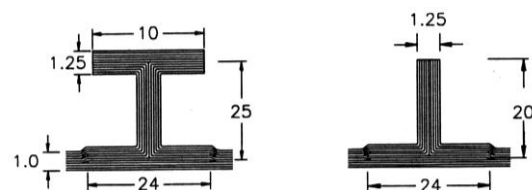


图 2 加筋条横剖面的形状及尺寸示意图

Fig.2 Cross section geometry of stiffener

表 1 加筋板材料特性及强度指标

Table 1 Material properties		
名称	符号	数值
材料 1 方向的弹性模量	E_1	130.0 GPa
材料 2, 3 方向的弹性模量	$E_2、E_3$	10.0 GPa
12 和 13 方向的剪切模量	$G_{12}、G_{13}$	4.85 GPa
23 方向的剪切模量	G_{23}	3.62 GPa
泊松比	$\mu_{12}、\mu_{13}$	0.31
泊松比	μ_{23}	0.52
材料 1 方向拉伸强度	X_T	1.933 GPa
材料 1 方向压缩强度	X_C	1.051 GPa
材料 2 方向拉伸强度	Y_T	51 MPa
材料 2 方向压缩强度	Y_C	141 MPa
剪切强度	S	61 MPa

5.2 有限元模型

为了方便与文献[12]的试验值进行比较，这两块层合板的命名跟文献[12]一致，分别为：S1 和 S3。这里采用前面所述的更新拉格朗日格式下的非线性层合三维退化有限元来对 S1 和 S3 进行非线性极限强度分析，单元采用 9 节点二次拉格朗日单元。为了减少分析时间，根据结构的对称性，取 1/4 的 S1 和 S3 来分析，它们的有限元单元划分如图 3、图 4 所示，网格离散方式见表 2。

表 2 单元划分

Table 2 Finite element meshing				
	面板	腹板	翼板	折边
S1	8×5	8×2		8×2
S3	8×5	8×2	8×2	8×2

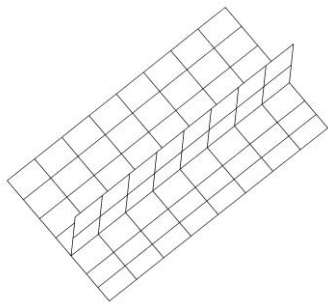


图 3 S1 的有限元网格划分
Fig.3 FEM mesh of S1

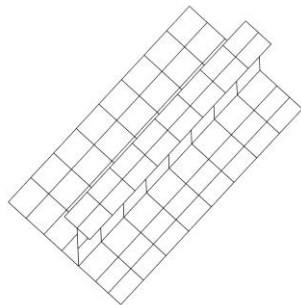


图 4 S3 的有限元网格划分
Fig.4 FEM mesh of S3

5.3 极限分析

材料失效准则采用 Tsai-Wu 准则；材料刚度退化模型采用有限刚度退化模型。计算过程中，在一定载荷作用下，若材料失效准则满足，则在高斯点进行刚度退化，直至在该载荷作用下不再有单元失效发生，然后再继续加载。

直到加筋层合板在某一载荷下，式(2)的极限点判定准则满足，认为加筋层合板刚度矩阵已经奇异，加筋层合板达到极限强度，极限分析结束。

5.4 比较分析

由更新拉格朗日格式下的非线性层合三维退化有限元结合 Tsai-Wu 准则和有限刚度退化模型计算得到的 S1 和 S3 的轴向位移-轴向压缩载荷图分别如图 5 和图 6 所示。

由图 5 可见 S1 的计算值与实验点是很接近的，这表明了本文方法对复合材料加筋层合板计算的正确性和有效性。由表 3 可知本文对加筋层合板的理论计算值与试验值之间最大相对误差值只有 6%，可见本文对加筋层合板极限强度的理论计算是相当精确的。

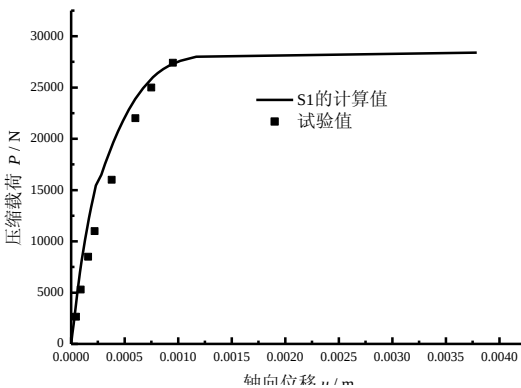


图 5 S1 轴向位移-轴向压缩载荷
Fig.5 Axial compression of of S1

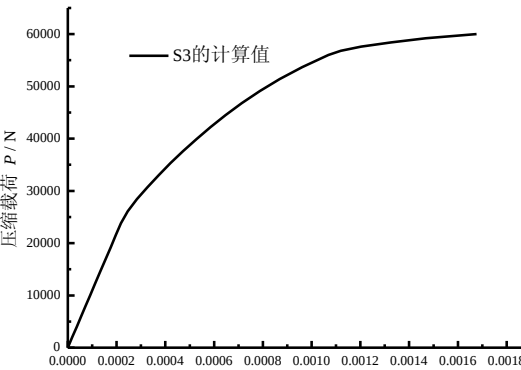


图 6 S3 轴向位移-轴向压缩载荷
Fig.6 Axial compression of S3

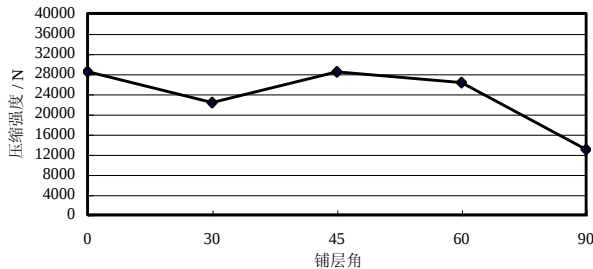
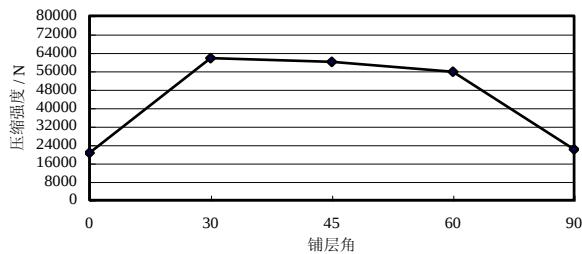
表3 计算值、实验值及相对误差

Table 3 Analytical results, results from the test, and relative error between them

	S1	S3
计算值/kN	28.4	60.0
实验值/kN	26.8	61.4
相对误差/%	6	2.3

5.5 铺层方式对轴向压缩极限强度的影响

为了研究铺层方式对加筋层合板轴向压缩极限强度的影响,基于 Tsia-Wu 失效准则分别计算了三块几何尺寸及材料特性分别与 S1 和 S3 相同的加筋层合板 H1 和 H2 在 θ 分别为 0° 、 30° 、 45° 、 60° 、 90° 时的轴向压缩极限强度。H1 和 H2 的面板的铺层方式均为 $[0/90/\theta/0/-\theta]_s$, 层数为 10, 加筋的铺层方式均为 $[0/90/\pm\theta]_s$, 层数为 8。计算结果如图 7 和图 8 所示。

图7 H1 加筋板的压缩强度-铺层角(θ)Fig.7 Compressive strength vs. Angle(θ) of H1图8 H2 加筋板的压缩强度-铺层角(θ)Fig.8 Compressive strength vs. Angle(θ) of H2

由图 7 可见,对于面板的铺层方式均为 $[0/90/\theta/0/-\theta]_s$, 层数为 10, 加筋的铺层方式均为 $[0/90/\pm\theta]_s$, 层数为 8 的 T 字型加筋层合板 H1, 当铺层角 θ 为 0° 时板的轴向压缩极限强度为最大值, θ 为 90° 时板的轴向压缩极限强度为最小值。而 θ 为 45° 时加筋板的轴向压缩极限强度也为大值。

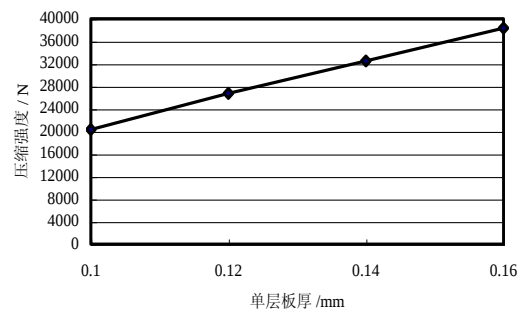
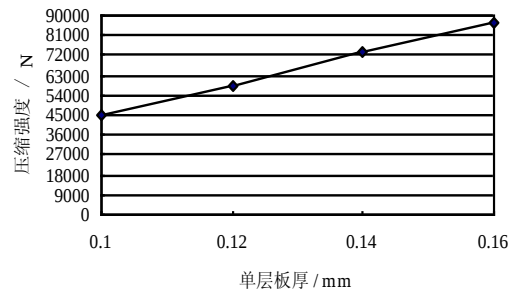
由图 8 可见,对于面板的铺层方式均为 $[0/90/\theta/0/-\theta]_s$, 层数为 10, 加筋的铺层方式均为 $[0/90/\pm\theta]_s$, 层数为 8 的工字型加筋层合板 H2, 当铺层角 θ 为 30° 时板的轴向压缩极限强度为最大值, θ 为 0° 时板的轴向压缩极限强度为最小值。而 θ 为

45° 时加筋板的轴向压缩极限强度也为大值。

由以上现象可知,面板和筋条的铺层方式对不同加筋形式的加筋层合板的轴向压缩极限强度的影响是不同的。

5.6 板厚对轴向压缩极限强度的影响

为了研究板厚对 T 字型和工型加筋层合板轴向压缩极限强度的影响,基于 Tsia-Wu 失效准则分别计算了两块几何尺寸、材料特性以及铺层方式分别与 S1 和 S3 相同的加筋板 I1 和加筋板 I2 在单层板厚分别为 0.10mm、0.12mm、0.14mm 及 0.16mm 时的轴向压缩极限强度。计算结果如图 9 和图 10 所示。

图9 I1 加筋板的压缩强度-单层板厚 t Fig.9 Compressive strength vs. thickness of lamina t of I1图10 I2 加筋板的压缩强度-单层板厚 t Fig.10 Compressive strength vs. thickness of lamina t of I2

由图 9 和图 10 可见,随着面板和加筋单层板厚的增大,加筋层合板极限压缩强度几乎成比例增大。由此可见,面板和加筋的单层板厚对加筋层合板轴向压缩极限强度的影响是很大的,而且随着面板和加筋单层板厚的增大,轴向压缩极限强度成比例快速增大。

6 结论

基于复合材料失效准则、复合材料有限刚度退化模型以及本文提出的刚度矩阵奇异判断准则,应用增量更新拉格朗日格式下非线性层合三维退化有限元方法研究了加筋层合板的轴向压缩极限强

度, 以及不同加筋形式加筋层合板的轴向压缩极限强度。经过与实验比较, 该方法得到的理论计算值与实验结果非常吻合。

本文还讨论了铺层方式和单层板厚对不同加筋形式加筋层合板轴向压缩极限强度的影响。并得到以下结论:

(1) 基于复合材料失效准则、复合材料有限刚度退化模型以及本文提出的刚度矩阵奇异判断准则, 结合增量更新拉格朗日格式下非线性层合三维退化有限元的计算方法能有效计算不同加筋形式加筋层合板的轴向压缩极限强度, 并具有很高的精度;

(2) 铺层方式对复合材料加筋层合板的轴向压缩极限强度影响很大, 但对于不同长宽比的复合材料加筋层合板及不同加筋形式的复合材料加筋层合板铺层方式的影响是不同的;

(3) 板厚对不同加筋形式的加筋层合板的轴向压缩极限强度的影响非常大, 而且随着板厚的增大, 不同加筋形式的加筋层合板的轴向压缩极限强度几乎成比例快速增大。

参考文献:

- [1] Reddy J N. Mechanics of laminated composite plates, theory and analysis [M]. Florida, USA: CRC Press, Inc., Boca Ration, 1996.
- [2] Smith C S, Dow R S. Interactive buckling effects in stiffened FRP panels [A]. Proceedings of the 4rd International Conference on Composite Structures [C]. Paisley, 1987. 122~137.
- [3] Dow R S. Large scale FRP structural testing [A].

International Conference Lightweight Materials in Naval Architecture [C]. Transactions of the Royal Institute of Naval Architects, 1996.

- [4] 周祝林. 简支矩形复合材料薄板压缩屈曲后的极限强度[J]. 应用数学与力学, 1998, 19(4): 365~371.
Zhou Zhulin. Ultimate strength of post buckling for simply supported rectangular composite thin plates under compression [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1998, 19(4): 365~371. (in Chinese)
- [5] Reddy Y S N, Reddy J N. An accurate prediction of failures in composite laminates using a layerwise model [A]. Proceeding of International Conference on Composite Materials [C]. Madrid, 1993. 15~22.
- [6] Hu H T. Buckling analysis of fiber-composite laminate plates with material non-linearity [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 1995, 19: 169~178.
- [7] Chen N Z, Sun H H, Guedes Soares C. Reliability analysis of a ship hull in composite material [J]. Composite Structures, 2003, 62(1): 59~66.
- [8] Mayes J S, Hansen A C. Composite laminate failure analysis using multicontinuum theory [J]. Composites Science and Technology, 2004, 64(3/4): 379~394.
- [9] Prusty B G. Progressive failure analysis of laminated unstiffened and stiffened composite panels [J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2005, 24(6): 633~642.
- [10] Ochoa O O, Reddy J N. Finite element analysis of composite laminates [M]. Kluwer Academic Press, 1992.
- [11] Smith C S. Design of marine structures in composite materials [M]. London: Elsevier Applied Science, 1990.
- [12] Kong C W, Lee I C, Kim C G, Hong C S. Postbuckling and failure of stiffened composite panels under axial compression [J]. Composite Structures, 1998, 42(1): 13~21.

(上接第 36 页)

- [5] Chan T H T, Yu L, Law S S. Comparative studies on moving force identification from bridge strains in laboratory [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 235(1): 87~104.
- [6] O'Connor C, Chan T H T. Dynamic wheel loads from bridge strains [J]. Structural Engineering ASCE, 1988, 114: 1703~1723.
- [7] Chan T H T, Law S S, Yung T H and Yuan X R. An interpretive method for moving force identification [J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 219: 503~524.

- [8] Yu L, Chan T H T. Moving force identification from bridge dynamic responses [J]. Structural Engineering and Mechanics: An International Journal, 2005, 21(3): 369~394.
- [9] Harrington R F. Field computation by moment methods [M]. New York: Macmillan, 1968.
- [10] Jorgensen E, Volakis J L, Meincke P, Breinbjerg O. Higher order hierarchical Legendre basis functions for electromagnetic modeling [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52 (11): 2985~2995.