

大跨径拱桥缆索吊装主缆垂度计算

*吕红平, 张江涛, 吴海军

(重庆交通大学土木建筑学院, 重庆 400074)

摘 要: 基于三跨计算模型, 考虑主塔塔顶偏位的影响, 利用力学关系和几何关系得到了新的主缆垂度计算公式。针对不同的情况, 提出了各自简化公式, 并探讨了塔顶偏位对主缆垂度影响的规律。工程应用表明, 该公式具有相当的精度, 可为以后缆索吊装施工提供参考。

关键词: 大跨径拱桥; 三跨计算模型; 主缆; 垂度; 吊装

中图分类号: U448.22⁺2; U445.464 **文献标识码:** A

CALCULATION OF CABLE BENT FOR LARGE-SPAN ARCH BRIDGES

*LU Hong-ping, ZHANG Jiang-tao, WU Hai-jun

(School of Civil Engineering and Architecture, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: Based on the three-span calculation model and considering the influence of top tower deviation, the new calculation formulas for cable bent are suggested by making use of mechanical and geometrical relationships. Aiming at various applications, corresponding simplified formulas are also proposed. Besides, the regularity of the influence on the cable bent caused by top tower deviation is discussed. The accuracy of the formula has been proved by the engineering application, which can provide a reference for the construction of cable lifting.

Key words: large-span arch bridge; three span calculation model; cable; bent; cable lifting

在大跨径拱桥缆索吊装施工中, 主缆垂度一旦确定, 则主缆、主塔、地锚等关键部位的安全系数^[1]即可确定, 故准确计算主缆垂度非常关键。

目前, 对其的计算采用的是单跨简化模型算法^[1~3], 该法仅能考虑中索的影响, 故计算误差较大, 一般只能适用于跨径小、单节吊重轻、主塔距较小的拱桥计算。在此基础上, 文献[4]提出了考虑边索长度影响的模量换算法, 但因温差导致的主索长度变化与主索模量无关, 故边索温差对其垂度的影响无法得到体现。为此, 本文提出一种三跨计算模型, 可以同时考虑塔顶偏位^[5~8]和温度对垂度的影响, 并根据工程实际情况, 给出一些简化计算公式。

1 基于三跨模型垂度计算公式

1.1 基本假设

(a) 忽略动力^[9, 10]影响, 仅对主索进行静力计算;

(b) 假定主索的自重沿主索的弦长均匀分布, 其荷载集度等于 g ;

(c) 忽略边索自重影响, 假定边索为直线;

(d) 假定主索只承受轴向拉力。

1.2 公式推导

(1) 基本公式

如图1所示: 一旦主塔距离 l 、边索长 l_1 、 l_2 、倾角 β 、高度 h 、主索自重 g 、外荷载 P 和其作用位置 x 被确定, 则可得到主索长度 S 、主索受到的水平力 H 和竖直力 V_A 、 V_B 。

塔顶处的支点反力^[11, 12]:

$$\begin{aligned} H_A &= H_B = H \\ \begin{cases} V_A = \frac{gl}{2\cos\beta} + \frac{p(l-x)}{l} - H \cdot \tan\beta \\ V_B = \frac{gl}{2\cos\beta} + \frac{px}{l} + H \cdot \tan\beta \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

收稿日期: 2005-12-05; 修改日期: 2007-03-25

作者简介: *吕红平(1980), 男, 湖北潜江人, 工程师, 硕士, 从事桥梁新材料新结构新工艺研究(E-mail: lhplhpok@163.com);

张江涛(1973), 男, 四川宣汉人, 讲师, 博士生, 从事桥梁新材料新结构新工艺的研究(E-mail: zhangjiao99@hotmail.com);

吴海军(1975), 男, 陕西武功人, 副教授, 博士, 从事桥梁新材料新结构新工艺的研究(E-mail: whj-tj@sina.com)。

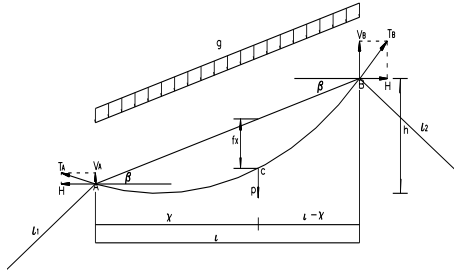


图1 主索受力分析

Fig.1 Bearing analysis of cable

主索上荷载作用点 x 处的挠度^[11, 12]

$$f_x = \frac{gx(l-x)}{2H \cos \beta} + \frac{Px(l-x)}{H \cdot l} \quad (2)$$

当 $x = \frac{l}{2}$ 时, $f_x = f_{\max}$

$$f_{\max} = \frac{gl^2}{8H \cos \beta} + \frac{Pl}{4H} \quad (3)$$

主索长度公式^[11, 12]

$$S = \left(1 + \frac{\gamma}{\cos \beta}\right)l + \frac{h^2}{2l} + \frac{g^2 l^3}{24H^2 \cos^2 \beta} + \frac{x(l-x)}{2lH^2} P \left(P + \frac{gl}{\cos \beta}\right) \quad (4)$$

式中: γ 为边跨索长与中跨索长的比值。

(2) 主索水平张力 T_x 的计算

由图2可知主索分别在外荷载 P_m (P_m 为吊块重量和行车及起吊设备总重)、 P_x (任意荷载)作用下, 考虑塔顶偏位对主索长度影响 ΔL_x 后的主索伸长差

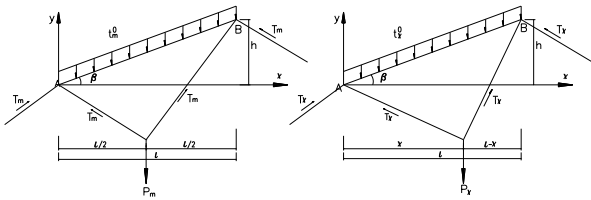


图2 主索张力分析

Fig.2 Tension analysis of cable

$$S_m - S_x = \frac{(T_m - T_x)}{E_K A_n} \cdot \frac{(1+\gamma)l}{\cos \beta} \pm \frac{\alpha(1+\gamma)l}{\cos \beta} (t_m^0 - t_x^0) + \Delta L_x = \frac{(H_m - H_x)}{E_K A_n} \cdot \frac{(1+\gamma)l}{\cos^2 \beta} \pm \frac{\alpha(1+\gamma)l}{\cos \beta} \Delta t^0 + \Delta L_x \quad (5)$$

式中: α 为钢丝绳的线膨胀系数 ($\alpha = 0.000012$); A_n 为钢丝绳的截面积; E_K 为钢丝绳的折算弹性模量, $E_K = \xi E$; ξ 为修正系数, 与钢丝绳的类型、扭转的角度及使用年限有关; t_m^0 为载有重量为 P_m 时主索温度, t_x^0 为载有重量为 P_x 时主索温度; Δt^0 为 t_m^0 与 t_x^0 之温度差, 当 $t_m^0 - t_x^0 > 0$, 取正号, 反之

取负值; S_m 为 P_m 作用时主索的伸长值, S_x 为 P_x 作用时主索的伸长值; 主索属于小垂度范围, 其水平张力 H 与张力 T 的近似关系式为: $H = T \cdot \cos \beta$, 故 $H_m = T_m \cdot \cos \beta$, $H_x = T_x \cdot \cos \beta$ 。

其中 ΔL_x 的值作如下考虑: 当主索布置被确定后, 主索垂度实际上是由主索长度决定的, 因此垂度的变化可以看作是其长度的变化。当塔顶在 P_x 作用下发生偏移, 如果由塔顶偏移引起主索垂度减少, 则可以看作主索缩短; 如果引起主索垂度增大, 则可以看作主索伸长。 ΔL_x 的值即等于主索分别受 P_m 、 P_x 后, 由各自塔顶偏移引起的主索长度变化值的差值, ΔL_0 为 $P_x = P_0$ 时的值。

将公式(4)代入公式(5), 可得主索在 P_x 作用下水平张力 H_x 的方程式:

$$(1+\gamma)H_x^3 + H_x^2 \left\{ \frac{E_K A_n \cos^2 \beta}{24H_m^2} \left[\frac{12x(l-x)}{l^2} P_m (P_m + G_m) + G_m^2 \right] - (1+\gamma)H_m \pm \alpha(1+\gamma) \Delta t^0 E_K A_n \cos \beta \right\} - \frac{x(l-x)}{2l^2} P_x (P_x + G_m) E_K A_n \cos^2 \beta - \frac{G_x^2 E_K A_n \cos^2 \beta}{24} - \frac{\cos^2 \beta E_K A_n H_x^2}{l} \Delta L_x = 0 \quad (6)$$

式中: $G_m = \frac{gl}{\cos \beta}$ (g 为主索自重)。

由文献[1]得主索最大张力 T_m 后, 可由公式(6)得主索张力 T_x 。

(3) 主索安装水平张力 H_0 和安装垂度 f_0

将 $H_x = H_0$, $P_x = P_0$, $\Delta L_x = \Delta L_0$, $x = \frac{l}{2}$ 代入公式(7)得 P_0 作用下的 H_0 的方程为:

$$(1+\gamma)H_0^3 + H_0^2 \left\{ \frac{E_K A_n \cos^2 \beta}{24H_m^2} [3P_m (P_m + G_m) + G_m^2] - (1+\gamma)H_m \pm \alpha(1+\gamma) \Delta t^0 E_K A_n \cos \beta \right\} - \frac{1}{8} P_0 (P_0 + G_m) E_K A_n \cos^2 \beta - \frac{G_m^2 E_K A_n \cos^2 \beta}{24} - \frac{\cos^2 \beta E_K A_n H_0^2}{l} \Delta L_0 = 0 \quad (7)$$

式中: P_0 为小车和工作索重量; H_0 为安装水平张力; H_m 为设计最大水平张力。然后代入主索最大张力 T_m , 可由公式(7)得主索张力 H_0 。

由公式(3)可得初始安装垂度 f_0 为:

$$f_0 = \frac{gl^2}{8H_0 \cos \beta} + \frac{Q_0 l}{4H_0} \quad (8)$$

2 H_x 的简化公式及适用范围

在垂度计算过程中, 存在塔顶偏位较小(≤ 5 cm)、主索温度变化不明显($\leq 3^\circ\text{C}$)、边索水平倾角较小($\leq 20^\circ$)的情况, 这样在确保一定的计算精度的情况下, 可以对 H_x 的求解作适当的简化。

2.1 简化公式 1

当不计 ΔL_x 影响时, 此时式(5)变为

$$S_m - S_x = \frac{(T_m - T_x)(1 + \gamma)l}{E_K A_n \cos \beta} \pm \frac{\alpha(1 + \gamma)l}{\cos \beta} (t_m^0 - t_x^0) = \frac{(H_m - H_x)(1 + \gamma)l}{E_K A_n \cos^2 \beta} \pm \frac{\alpha(1 + \gamma)l}{\cos \beta} \Delta t^0 \quad (9)$$

把公式(4)代入公式(9)可得主索水平张力的方程式:

$$(1 + \gamma)H_x^3 + H_x^2 \left\{ \frac{E_K A_n \cos^2 \beta}{24 H_m^2} \left[\frac{12x(l-x)}{l^2} \cdot P_m(P_m + G_m) + G_m^2 \right] - (1 + \gamma)H_m \pm \alpha(1 + \gamma) \cdot \Delta t^0 E_K A_n \cos \beta \right\} - \frac{x(l-x)}{2l^2} P_x(P_x + G_m) E_K A_n \cdot \cos^2 \beta - \frac{G_x^2 E_K A_n \cos^2 \beta}{24} = 0 \quad (10)$$

此式适用于塔顶偏位较小的情况。

2.2 简化公式 2

当不计 ΔL_x 和 Δt^0 影响时, 计算式(5)变为

$$S_m - S_x = \frac{(T_m - T_x)(1 + \gamma)l}{E_K A_n \cos \beta} = \frac{(H_m - H_x)(1 + \gamma)l}{E_K A_n \cos^2 \beta} \quad (11)$$

把公式(4)代入公式(11)可得主索水平张力的方程式:

$$(1 + \gamma)H_x^3 + H_x^2 \left\{ \frac{E_K A_n \cos^2 \beta}{24 H_m^2} \left[\frac{12x(l-x)}{l^2} \cdot P_m(P_m + G_m) + G_m^2 \right] - (1 + \gamma)H_m \right\} - \frac{x(l-x)}{2l^2} P_x(P_x + G_m) E_K A_n \cos^2 \beta - \frac{G_x^2 E_K A_n \cos^2 \beta}{24} = 0 \quad (12)$$

此式适用于主索温度变化不明显和塔顶偏位较小的情况。

2.3 简化公式 3

当不计 ΔL_x 和边索水平倾角影响时, 可采用文献[4]中的进行简化, 此时计算式(5)变为:

$$S_m - S_x = \frac{(T_m - T_x)}{E_\eta A_n} \frac{l}{\cos \beta} \pm \frac{\alpha l}{\cos \beta} (t_m^0 - t_x^0) = \frac{(H_m - H_x)}{E_\eta A_n} \frac{l}{\cos^2 \beta} \pm \frac{\alpha l}{\cos \beta} (t_m^0 - t_x^0) \quad (13)$$

其中:

$$E_\eta = \frac{l_{\text{中塔水平距}}}{\sum l_{\text{主索水平距}}} E \quad (14)$$

把公式(4)代入公式(13)可得主索水平张力的方程式:

$$H_x^3 + H_x^2 \left\{ \frac{E_\eta A_n \cos^2 \beta}{24 H_m^2} \left[\frac{12x(l-x)}{l^2} P_m(P_m + G_m) + G_m^2 \right] - H_m \pm \alpha \Delta t^0 E_K A_n \cos \beta \right\} - \frac{x(l-x)}{2l^2} P_x(P_x + G_m) \cdot E_\eta A_n \cos^2 \beta - \frac{G_x^2 E_\eta A_n \cos^2 \beta}{24} = 0 \quad (15)$$

此式适用于塔顶偏位和边索水平倾角较小的情况。

2.4 简化公式 4

在 2.3 中, 如果不计温差 Δt^0 的影响, 则计算式(5)变为:

$$S_m - S_x = \frac{(T_m - T_x)}{E_\eta A_n} \frac{l}{\cos \beta}, \quad S_m - S_x = \frac{(H_m - H_x)}{E_\eta A_n} \frac{l}{\cos^2 \beta} \quad (16)$$

把公式(4)代入公式(16)可得主索水平张力的方程式:

$$H_x^3 + H_x^2 \left\{ \frac{E_\eta A_n \cos^2 \beta}{24 H_m^2} \left[\frac{12x(l-x)}{l^2} P_m(P_m + G_m) + G_m^2 \right] - H_m \right\} - \frac{x(l-x)}{2l^2} P_x(P_x + G_m) \cdot E_\eta A_n \cos^2 \beta - \frac{G_x^2 E_\eta A_n \cos^2 \beta}{24} = 0 \quad (17)$$

此式适用于塔顶偏位、边索水平倾角和主索温度变化都较小的情况。

3 ΔL_x 的影响因素

ΔL_x 的影响因素较多, 但一旦主塔布置点、主塔高度、主缆锚固点被确定下来后, 则 ΔL_x 的值仅与主塔偏位大小成线性比例关系, 而与主索垂度变化的影响不大。下面举例加以说明。

图 3 为主塔距为 300m, 边塔距皆为 50m, 主塔高为 30m, 当主索垂度 $f=5\text{m}$ 、 10m 、 15m 时的塔顶偏位影响图。由图 3 可知, 当主塔内移时, 主索长度的增加值和主塔外移时, 主索长度的减少值几乎是成线性变化; 同时可知, 当 f 取不同的值时, 三条直线几乎重合。故 ΔL_x 的大小仅由塔顶偏位决定, 并与其偏位大小成线性关系, 于是 ΔL_x 可作为

一个与主索初始垂度取值无关的独立未知量在式(5)中出现, 这样 ΔL_x 引起的主索垂度的变化值则可通过式(5)及其推导式体现出来。

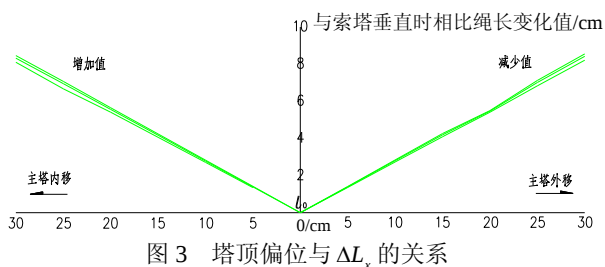


图3 塔顶偏位与 ΔL_x 的关系

4 工程实例分析

4.1 工程概况

缆索布置见图4, 该桥拱箱位于桥跨一侧, 拱段吊装时需通过扣塔, 因此对空索垂度的准确计算非常必要, 否则吊装的拱段无法通过扣塔。

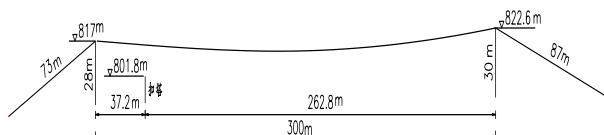


图4 缆索布置图

Fig.4 Cable layout

其它参数如下: $p_m=73\text{ t}$, $p_0=5\text{ t}$, 主索为 $6\phi 56\text{mm}$, $\phi 56\text{mm}$ 钢丝特性为: 直径 $d=2.6\text{mm}$, 截面面积 $A_n=1178\text{ mm}^2$, 单位重量 $g=106\text{ N/m}$, $E_K=7.98\times 10^{10}\text{ Pa}$, 极限拉断应力 $[\sigma]=1.7\times 10^9\text{ Pa}$, 总拉断力 $T_n=1.65\times 10^6\text{ N}$, 主索温差 $\Delta t^0=10\text{ }^\circ\text{C}$, 两边主塔各预偏 15 cm , 试吊后主塔各内偏 30 cm , 故 $\Delta L_x=\Delta L_m=2.3+4.7=7(\text{cm})$, 当拱段通过扣塔顶时, 此点主索最低标高应大于 $801.80+(2.6+0.5)+2+1=808.4(\text{m})$, 其中 2.6 m 为主拱高, 0.5 m 为考虑拱箱弧度高, 2.5 m 为起重设备长度, 1 m 为安全长度。

由图4, 经计算得主索在扣塔处最大垂度必须小于 $[822.60-(822.6-817)\times(300-37.2)/300]-808.4=9.3(\text{m})$ 。

4.2 计算结果

表1为采用公式(7)得到的计算结果:

表1 不同安全系数时主索垂度值

Table 1 Calculated cable bent with different safety coefficients

安全系数	3.0	3.1	3.2	3.3
初始垂度/m	8.65	9.65	10.67	11.69
扣塔处垂度/m	8.15	8.43	8.70	8.97

根据表1所得结果, 在综合考虑安全系数和安

全高度后, 取安全系数为 3.2 , 初始垂度为 10.67 m , 计算得重物在扣塔处的垂度为 8.70 m 。通过吊装后的测量数据表明重物在扣塔处垂度为 8.75 m , 可知该公式有较高的精度。

表2 不同计算公式的初始垂度值

Table 2 Initial cable bents by different formulas

安全系数	公式(7)	简化1	简化2
3.2	10.67m	10.95m	11.18m
	简化3	简化4	文献[1~3]
	11.16m	11.40m	13.68m

而表2可知, 由文献[1~3]中的简化公式与本文中考虑了索塔偏位和边索影响的初始垂度值相差 3 m 左右, 可见这两项影响不可忽略!

5 结论

(1) 通过几何关系表明, ΔL_x 的值与主缆布置有关, 和塔顶偏位的大小成线性关系, 而与主索垂度 f 关系不大。因此一旦主缆布置图被确定下来后, 则可以通过 Auto-CAD 预先制作出 $\Delta L_x/\text{cm}$ 的影响图, 以方便主索垂度的计算;

(2) 通过工程实践表明, 本文算法具有较高的精度, 可以满足工程中的精度要求;

(3) 工程实践中可根据工程的实际特点及对垂度精度控制的要求选择合适的简化计算公式。

参考文献:

- [1] 公路桥涵设计手册编写组. 拱桥上册[M]. 北京: 人民交通出版社, 1979. 730~733.
Compiling group of handbook for highway bridge design. Arch bridge, volume1 [M]. Beijing: China Communications Press, 1979. 730~733. (in Chinese)
- [2] 李宝东. 缆索吊装的设计安装及使用[J]. 公路, 2005, (10): 73~77.
Li Baodong. Design, installation and application of suspension cable [J]. Highway, 2005, (10): 73~77. (in Chinese)
- [3] 马立军. 大跨径钢管混凝土拱桥缆索吊装一体化施工技术研究[D]. 西安: 长安大学, 2001.
Ma Lijun. Studies about the unified construction technology of cableway used in steel pipe-encased concrete arch bridge construction [D]. Xi'an: Chang'an University, 2001. (in Chinese)
- [4] 周水兴, 何兆益, 邹毅松. 路桥施工手册[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002.
Zhou Shuixing, He Zhaoyi, Zou Yisong. Handbook for highway bridge construction [M]. Beijing: China Communications Press, 2002. (in Chinese)

(参考文献[5]~[12]转第92页)