

文章编号: 1000-4750(2005)05-0001-06

多孔材料剪切局部化中的尺寸效应

文 洁¹, *黄克智¹, 黄永刚²

(1. 清华大学工程力学系, 破坏力学教育部重点实验室, 北京 100084; 2. 伊利诺伊大学厄巴拿—尚佩恩校区机械与工业工程系, 美国 IL 61801)

摘 要: 微孔洞的尺寸对于孔洞长大率的影响显著, 研究了这种尺寸效应在延性材料的塑性流动局部化中的作用。在拓展的 Gurson 模型基础上, 采用 Rice 提出的一个简单的模型, 剪切带内外的材料在发生塑性流动局部化时分别为不同的响应, 讨论了孔洞尺寸 a 和初始孔洞体积百分比 f_0 的影响。结果表明: 考虑孔洞尺寸后单轴拉伸曲线变化比较大, 但剪切带角度几乎没有变化。

关键词: 塑性流动局部化; Gurson 模型; 尺寸效应; 应变梯度; 线性硬化

中图分类号: TU318 **文献标识码:** A

THE VOID-SIZE EFFECT ON PLASTIC FLOW LOCALIZATION FOR POROUS SOLIDS

WEN Jie¹, *HUANG Ke-zhi¹, HUANG Yong-gang²

(1. FML, Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Illinois, Urbana, IL 61801, USA)

Abstract: Recent studies have shown that the size of microvoids has a significant effect on the void growth rate. The purpose of this paper is to explore whether the void size effect can influence plastic flow localization in ductile materials. We have used the extended Gurson's dilatational plasticity theory, which accounts for the void size effect, to study plastic flow localization in porous solids. The localization model of Rice is adopted, in which the material inside the band may display different response from that outside the band at the incipient moment of plastic flow localization. The present study shows that the void size has some effect on the uniaxial tensile curves, but little or essentially no effect on the shear band angle.

Key words: plastic flow localization; Gurson model; size effect; strain gradient; linear work hardening

延性材料的塑性变形过程中, 剪切带的出现是非常重要的现象, 它描述了高度局部化变形的形成。剪切带内部应变的增加远远快于整体的应变的增加, 这将导致在整体应变稍高于发生塑性流动局部化的应变时, 就发生剪切破坏。

继 Rice 的工作之后, 在塑性流动局部化中对不

均匀缺陷分布因素的影响的研究有重要的发展(详看评论性文章, 如 Yamamoto^[1], Saje, Pan 和 Needleman^[2])。Ohno 和 Hutchinson^[3]、Huang^[4]利用 Gurson^[5]的膨胀塑性理论研究孔洞的不均匀分布的影响, Huang 和 Hutchinson^[6]则探讨了包含缺陷簇的材料中的软化问题。然而这些研究都没有考虑在

收稿日期: 2003-09-18; 修改日期: 2003-12-26

基金项目: 国家自然科学基金项目(10121202), 教育部重点项目(0306), 高校博士点专项基金(20020003023)

作者简介: 文 洁(1976), 女, 河南人, 博士生, 从事固体力学研究;

*黄克智(1927), 男, 江西人, 教授, 博士生导师, 中国科学院院士, 从事固体力学研究(E-mail: huangkz@mail.tsinghua.edu.cn);

黄永刚(1962), 男, 北京人, 美国伊利诺伊大学厄巴拿—尚佩恩校区机械与工业工程系教授, 从事固体力学研究。

塑性流动局部化中尺寸因素(如:孔洞尺寸)的影响,因为经典的本构模型或膨胀塑性理论都不包含材料的特征长度。

最近的实验^[7-16]已多次表明当与不均匀塑性变形相关的特征长度在微米量级时,金属材料呈现显著的尺寸效应。Fleck、Hutchinson Gao 和 Huang^[17-19]等人把微米量级的特征材料长度与塑性应变梯度这两个物理量一起引入本构关系,发展了应变梯度塑性理论。Fleck 和 Hutchinson^[20], Shi, Huang 和 Hwang^[21]在应变梯度塑性理论的小变形框架下提出了一个简单的塑性流动局部化模型,在塑性流动局部化时剪切带内材料发生软化,或者在经过一个硬化阶段后软化,然而这些应变梯度理论并没有考虑多孔材料。

Hwang, Wen 和 Huang^[22]在 Taylor 位错模型的基础上,把 Gurson 膨胀塑性理论加以拓展,考虑了孔洞的尺寸因素的影响。在本文中利用这一塑性理论来研究剪切带内的塑性流动局部化。取 Rice^[23]中最简单的一种情况,我们假设在带内和带外材料的响应都是均匀的。一旦达到了临界应变,在剪切带内外的材料将分别发生软化和硬化。在剪切带的交界面上,应变是连续的,然而应变率不连续。为简单起见,只限于小变形。

1 平面应力的剪切局部化模型

我们考虑在承受平面应力单向拉伸的无限大平板,当载荷达到一临界值(基体拉伸应力为 σ_{UTS})时,开始出现剪切带(如图 1(b)所示)。平板为多孔材料,基体为线性硬化,基体材料的拉伸曲线如图 1(a)表示,其中 E 为弹性模量, E_t 为硬化模量。初始屈服应力为 σ_Y 。在拉伸应力 σ_{UTS} 处,剪切带内的材料开始发生软化,对应的临界应变为:

$$\epsilon_N = \frac{\sigma_Y}{E} + \frac{\sigma_{UTS} - \sigma_Y}{E_t}$$

无限大的材料承受均匀的平面应力单向拉伸,

$$\Sigma_{22} = \Sigma_{33} = 0, \quad \Sigma_{31} = \Sigma_{32} = 0 \quad (1)$$

这里 Σ_{ij} 和 E_{ij} 表示多孔材料的宏观应力和应变,以区别于基体应力 σ_{ij} 和应变 ϵ_{ij} 。在发生局部化之前,应力、应变在带内外处处相等。当基体应力达到 σ_{UTS} 时,在剪切带内的材料发生软化(软化模量为 E_s),塑性流动局部化开始。在此刻,整个材料中,应力、应变仍然处处相等,但是它们的率在剪切带内与剪切带外的值不再相等,上标 B 对应

于带内,上标 O 对应于带外。在交界面处应满足以下率形式的拽力连续与切向应变连续条件:

$$\dot{\Sigma}_{ij}^B n_j = \dot{\Sigma}_{ij}^O n_j \quad (2)$$

$$\dot{E}_{ij}^B s_i s_j = \dot{E}_{ij}^O s_i s_j \quad (3)$$

这里 $\mathbf{n}$ 和 $\mathbf{s}$ 分别是在 (x_1, x_2) 平面内垂直和平行于剪切带的单位矢量, $n_1 = -s_2 = \cos \theta$, $n_2 = s_1 = \sin \theta$, θ 是剪切带的倾角(如图 1(b)所示)。

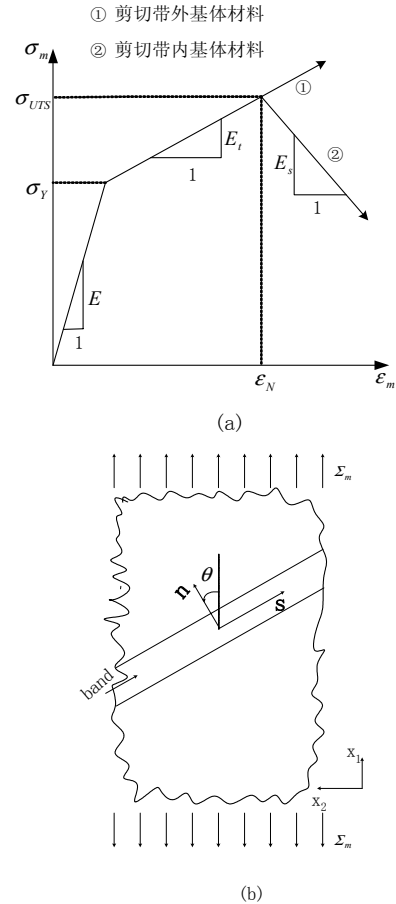


图 1(a) 基体材料的单向拉伸曲线; (b) 剪切带及半无限体
Fig.1(a) Uniaxial tensile curve of the matrix; (b) Shear band and infinite blocks

2 满足经典 J2 流动理论的弹塑性材料的剪切局部化

经典的弹塑性材料不含孔,内部结构均匀,因此无需区别宏观与基体应力应变,在本小节一律用小写来表示。由 J_2 流动理论本构关系与平面应力的条件 $\dot{\sigma}_{33} = 0$ 可以得到 $\dot{\epsilon}_{33}$ 与 $\dot{\epsilon}_{11}, \dot{\epsilon}_{22}$ 之间的关系。

$$\dot{\epsilon}_{33} = \frac{(G\sigma'_{33}\sigma'_{11} - \lambda)\dot{\epsilon}_{11} + (G\sigma'_{33}\sigma'_{22} - \lambda)\dot{\epsilon}_{22}}{\lambda + 2\mu - G\sigma_{33}^2} \quad (4)$$

其中:

$$G = \frac{9}{2} \frac{(-E_t + E)E}{(1+\nu)(3E - E_t - 2E_t\nu)Y^2}$$

ν 为泊松比, λ 和 μ 为拉梅常数, σ'_{ij} 为应力偏斜分量, Y 表示材料的当前屈服应力(即出现塑性流动局部化时的拉伸应力 σ_{UTS})。开始出现塑性流动局部化之后, 对于剪切带之外的材料上式仍然适用, 但对于剪切带内的材料, 应用 $-E_s$ 取代 E_t 。

由条件(2), (3)可以导出关于 $\dot{\epsilon}_{11}^B$, $\dot{\epsilon}_{22}^B$, $\dot{\epsilon}_{12}^B$ 的三个方程(前两个由(2)导出, 后一个由(3)导出)。

$$\begin{aligned} & \left[\lambda \left(1 + \frac{Q_1}{P} \right) + 2\mu - G^B \sigma'_{11} \left(\sigma'_{11} + \frac{Q_1}{P} \sigma'_{33} \right) \right] n_1 \dot{\epsilon}_{11}^B + \\ & \left[\lambda \left(1 + \frac{Q_2}{P} \right) - G^B \sigma'_{11} \left(\sigma'_{22} + \sigma'_{33} \frac{Q_2}{P} \right) \right] n_1 \dot{\epsilon}_{22}^B + 2\mu n_2 \dot{\epsilon}_{12}^B = \dot{\sigma}_{11}^O n_1 \\ & \left[\lambda \left(1 + \frac{Q_1}{P} \right) - G^B \sigma'_{22} \left(\sigma'_{11} + \frac{Q_1}{P} \sigma'_{33} \right) \right] n_2 \dot{\epsilon}_{11}^B + \\ & \left[\lambda \left(1 + \frac{Q_2}{P} \right) + 2\mu - G^B \sigma'_{22} \left(\sigma'_{22} + \sigma'_{33} \frac{Q_2}{P} \right) \right] n_2 \dot{\epsilon}_{22}^B + 2\mu n_1 \dot{\epsilon}_{12}^B = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$n_2^2 \dot{\epsilon}_{11}^B + n_1^2 \dot{\epsilon}_{22}^B - 2n_1 n_2 \dot{\epsilon}_{12}^B = n_2^2 \dot{\epsilon}_{11}^0 + n_1^2 \dot{\epsilon}_{22}^0$$

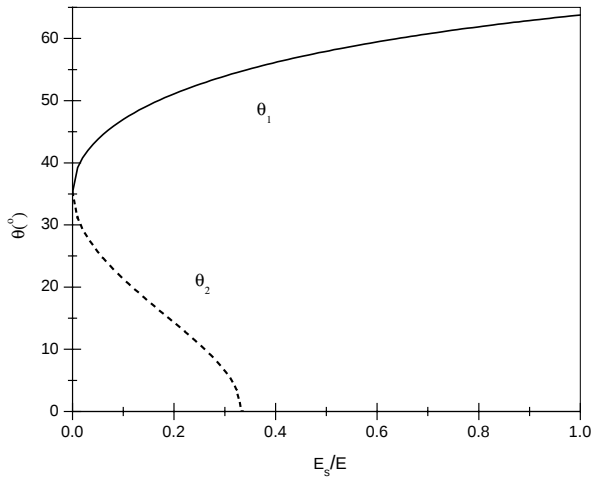


图2 发生塑性流动局部化时, 剪切带角度 θ 随软化模量 E_s/E 的变化图

Fig.2 Shear band angle θ versus softening modulus E_s/E at the instant of plastic flow localization

其中:

$$\begin{aligned} G^B &= \frac{9}{2} \frac{(E_s + E)E}{(1+\nu)(E_s - 2E_s\nu + 3E)Y^2} \\ P &= \lambda + 2\mu - G^B \sigma'_{33} \\ Q_1 &= G^B \sigma'_{33} \sigma'_{11} - \lambda \\ Q_2 &= G^B \sigma'_{33} \sigma'_{22} - \lambda \end{aligned} \quad (6)$$

$\dot{\epsilon}_{11}^B, \dot{\epsilon}_{22}^B, \dot{\epsilon}_{12}^B$ 的系数行列式为零的条件对应于在剪切带内外发生塑性应变率分叉, 并给出 θ 的两个解 $\cos \theta_1$ 和 $\cos \theta_2$, 图2为发生塑性流动局部化时, 剪切带的角度随无量纲软化模量 E_s/E 的变化图。当软化模量 $E_s = 0$ 时, 可以得到理想塑性材料的平面应力剪切带倾角经典理论解 $\theta = 35^\circ 16'$ (此结果可以由理想塑性材料的经典理论得到, 例如参见^[24])。

3 考虑尺寸效应的多孔材料 Gurson 模型本构关系

Hwang 等^[22]基于圆柱形胞元推导了考虑尺寸效应的 Gurson 模型的屈服函数, 利用同样的方法可以得到球形胞元模型的屈服函数

$$\Phi_s = \left(\frac{\Sigma_{eqv}}{\sigma_m} \right)^2 + 2fA \cosh \left(\frac{C}{2} \frac{\Sigma_{kk}}{\sigma_m} \right) - B = 0 \quad (7)$$

其中 σ_m 是基体材料的拉伸流动应力, f 是孔洞体积百分比, σ_m 的演化依赖于塑性功率:

$$\dot{\sigma}_m = \frac{EE_t}{E - E_t} \frac{\Sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p}{(1-f)\sigma_m} \quad (8)$$

孔洞增长率与应变率球量相关:

$$\dot{f} = (1-f) \dot{\epsilon}_{kk}^p \quad (9)$$

类似于^[22]中的(16)式, A, B, C 可以由数值非线性曲线拟合得到:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{1 + a_1(f)k} \\ B &= 1 + f^2 + \frac{b_1(f)k}{1 + d_1(f)k} \\ C &= \frac{1}{1 + c_1(f)k} \end{aligned} \quad (10)$$

这里

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{-0.328 \times 10^{-3}}{f + 0.472 \times 10^{-2}} + 0.516 - 2.29f \\ b_1 &= \frac{-0.273 \times 10^{-7}}{f + 0.143 \times 10^{-4}} + 0.191 \times 10^{-2} + 1.69f \\ c_1 &= \frac{-0.606 \times 10^{-5}}{f + 0.708 \times 10^{-3}} + 0.211 \times 10^{-1} - 0.636 \times 10^{-1} f \\ d_1 &= \frac{-0.198 \times 10^{-4}}{f + 0.638 \times 10^{-3}} + 0.622 \times 10^{-2} + 0.100f \end{aligned} \quad (11)$$

孔洞尺寸因子 k 定义为

$$k = \frac{L}{f} = \frac{l}{af} \left| E_{kk}^p \right| \quad (12)$$

参数 A, B, C 假设为(10)的表达形式, 是为了满足当 $k = 0$ (即不考虑尺寸效应)时, (7)可以退化到经

典的 Gurson 屈服函数($A=1, B=1+f^2, C=1$)。曲线拟合表达式(10)、(11)的适用范围是 $f=10^{-5} \sim 0.1$, $k=0 \sim 10$ 。图 3 给出了利用公式(10)、(11)得到的近似屈服函数(7)与精确形式的屈服函数(见[22])之比较。其中虚线为积分形式的屈服函数,实线为近似屈服函数(7),从图中可以看出二者符合得很好。

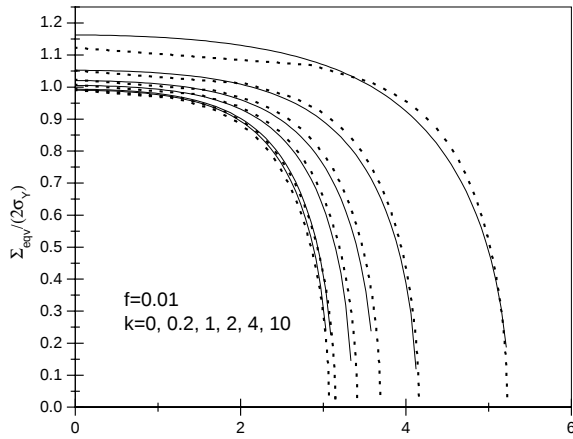


图 3 按近似拟合公式计算的屈服面(实线)与按精确积分公式计算的屈服面(虚线)之比较

Fig.3 Comparison of yield curves between numerical fitting (solid line) and precise integral (dotted line)

这里 $f = a^3/b^3$, a, b 分别是球形胞元的内外半径, l 是材料的特征长度, 由 Gao, Huang 等^[17,18]定义, 而在 Fleck 和 Hutchinson^[19]的理论框架中 l 对应于 $l_1/2$, 这里 l_i 是材料的三个特征长度之一 ($i=1, 2, 3$)。

假设正交法则

$$\dot{E}_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial \Phi_s}{\partial \Sigma_{ij}} \quad (13)$$

这里流动因子 Λ 由一致性条件来确定: (7)式对时间 t 求导, 利用(8)-(12)式, 可得:

$$\Lambda = \frac{\frac{\partial \Phi_s}{\partial \Sigma_{ij}} \dot{\Sigma}_{ij}}{H \frac{2}{\sigma_m}} \quad (14)$$

其中:

$$H = \frac{\partial \Phi_s}{\partial \sigma_m} \frac{EE_t}{E - E_t} \frac{1}{1-f} \left(\frac{\Sigma_e^2}{\sigma_m^2} + \alpha \frac{\Sigma_{kk}}{\sigma_m} \right) + 3\alpha \frac{\partial \Phi_s}{\partial f} (1-f) + 3\alpha \frac{\partial \Phi_s}{\partial E_{kk}}$$

$$\alpha = \frac{fAC}{2} \sinh \left(\frac{C}{2} \frac{\Sigma_{kk}}{\sigma_m} \right)$$

宏观的应变率由弹性和塑性两部分组成

$$\dot{E}_{ij} = \dot{E}_{ij}^e + \dot{E}_{ij}^p = \frac{1+\nu}{E} \dot{\Sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E} \dot{\Sigma}_{kk} \delta_{ij} + \dot{E}_{ij}^p \quad (15)$$

4 多孔材料剪切局部化中的尺寸效应

对于平面应力的局部化模型(如在式(1)的情况下), 基体材料的单向拉伸曲线由图 1(a)描述, 利用上一节给出的拓展的本构关系式(15)及对两个半无限体的加载情况(1)可得

$$\dot{\Sigma}_{22}^0 = \dot{\Sigma}_{33}^0 = 0, \quad \dot{\Sigma}_{31}^0 = \dot{\Sigma}_{32}^0 = 0 \quad (16)$$

图 4 显示了由考虑尺寸效应的 Gurson 本构关系(15)式计算得到的多孔材料单向拉伸的宏观单向应力应变曲线图, 初始孔隙比(孔洞体积百分比)为 $f_0 = 0.07$, 材料的特征长度与孔洞半径的比值 l/a 为 0 到 10。基体材料的泊松比 $\nu = 0.3$, 屈服应力 $\sigma_Y = 0.002E$, 线性硬化模量 $E_t = 0.2E$, 这里 E 是杨氏模量。 $l/a = 0$ 的曲线对应于不考虑尺寸效应的经典 Gurson 模型, 由于材料特征长度为微米量级^[17,18], $l/a = 1$ 到 10 对应于微米和亚微米量级的孔洞。从图中可以看出在单向拉伸曲线中孔洞的尺寸效应的影响。

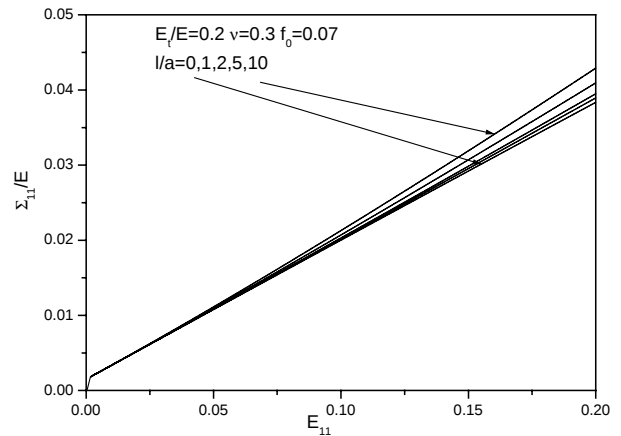


图 4 多孔材料单向拉伸的应力应变曲线。

Fig.4 Uniaxial tensile stress-strain curve of a porous material 当基体应变 ϵ_m 达到临界应变 ϵ_N (或者基体应力 σ_m 达到 σ_{UTS} , 图 1(a)), 剪切带内的材料开始软化, 而在剪切带外的半无限体内的材料继续硬化。在剪切带内外的应力和应变开始不同。此刻, 带外非零的应力率为 $\dot{\Sigma}_{11}^0$ 。非零的应变率 $\dot{E}_{11}^0$, $\dot{E}_{22}^0$ 和 $\dot{E}_{33}^0$ 可以由式(15)获得。

在剪切带内非零的应力率 $\dot{\Sigma}_{11}^B$, $\dot{\Sigma}_{22}^B$ 和 $\dot{\Sigma}_{12}^B = \dot{\Sigma}_{21}^B$ 也可以通过式(15)求逆(注意式(14)中 H 的表达式中 E_t 应换为 $-E_s$)由应变率 $\dot{E}_{11}^B$, $\dot{E}_{22}^B$, $\dot{E}_{33}^B$ 和 $\dot{E}_{12}^B = \dot{E}_{21}^B$

表示, 其中 $\dot{E}_{33}^B$ 可利用平面应力条件 $\dot{\Sigma}_{33}^B = 0$, 通过 $\dot{E}_{11}^B, \dot{E}_{22}^B$ 表示:

$$\dot{E}_{33}^B = \dot{E}_{33}^B(\dot{E}_{11}^B, \dot{E}_{22}^B) \quad (17)$$

连续性条件(2)、(3)导出关于 $\dot{E}_{11}^B, \dot{E}_{22}^B, \dot{E}_{12}^B$ 的三个线性代数方程(两个由式(2)导出, 一个由式(1)导出)。 $\dot{E}_{11}^B, \dot{E}_{22}^B, \dot{E}_{12}^B$ 的系数行列式为零的条件对应于在剪切带内外发生塑性应变率分叉, 并给出 θ 的两个解 $\cos \theta_1$ 和 $\cos \theta_2$ (如图 5 所示)。

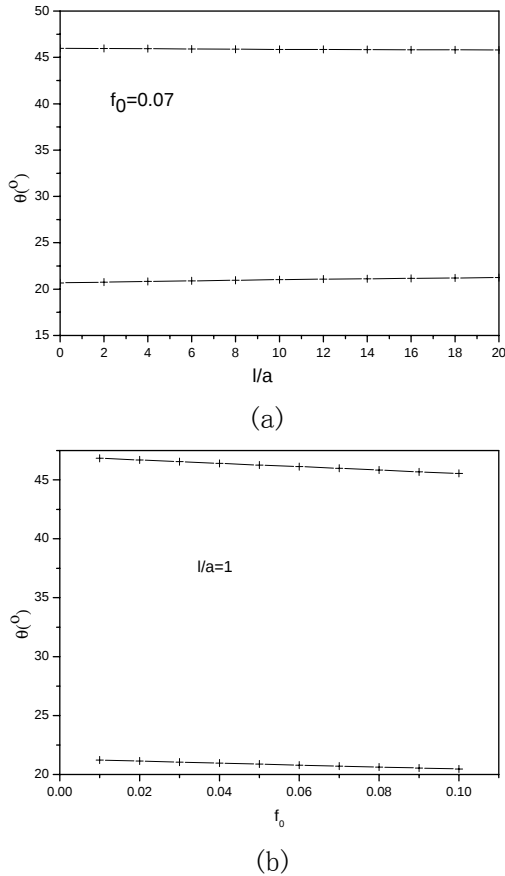


图 5 发生塑性流动局部化时(a)剪切带角度随 l/a 的变化图; (b)剪切带角度随 f_0 的变化图。

Fig.5 At the instant of plastic flow localization (a) shear band angle versus the ratio of intrinsic material length to the void radius l/a ; (b) shear band angle versus f_0

在图 5 中除泊松比、屈服应力和硬化模量之外, 我们假设破坏强度 $\sigma_{UTS} = 0.01E$, 软化模量 $E_s = 0.1E$ 。图 5(a)显示了在孔洞体积百分比为 $f_0 = 0.07$ 时, 剪切带角度 θ 随比值 l/a (材料特征长度和微孔洞半径之比)的变化图, 图中曲线比较平坦, 表示孔洞的尺寸对于剪切带的角度没有本质上的影响。图 5(b)为在 $l/a = 1$ 时, 剪切带的角度 θ 随初始孔洞体积百分比 f_0 的变化图。图中可以看出剪

切带的角度更依赖于初始孔洞体积百分比。图 6(a,b)分别显示了发生塑性流动局部化时的临界应力 Σ_{11}/E 和临界应变 E_{11} 随 l/a 和 f_0 的变化图。从图中可以看出减小孔洞半径 a 和减小孔洞体积百分比 f_0 都可以增强多孔材料的强度。

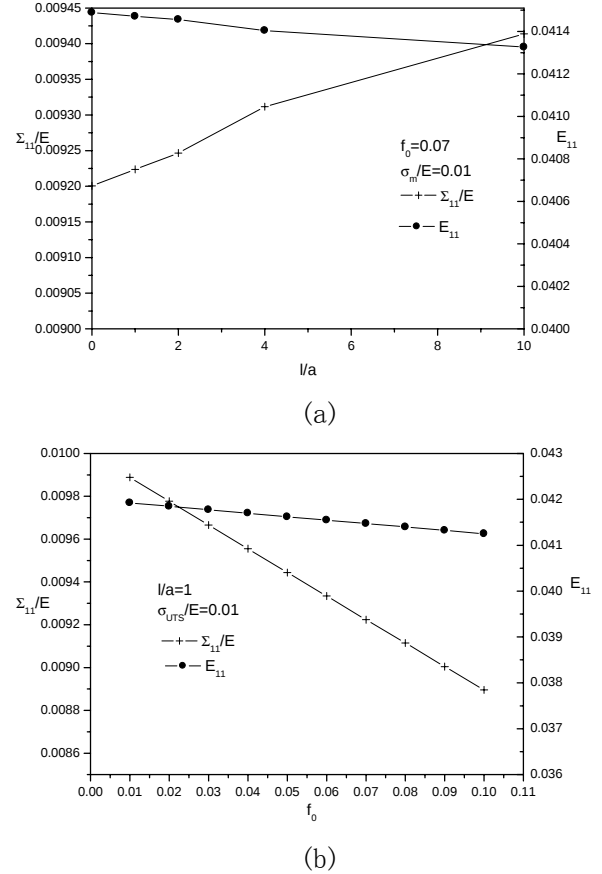


图 6 发生塑性流动局部化时(a)临界应力 Σ_{11}/E 和临界应变 E_{11} 随 l/a 的变化图; (b)临界应力 Σ_{11}/E 和临界应变 E_{11} 随 f_0 的变化图

Fig.6 At the point of plastic flow localization (a) critical stress Σ_{11}/E and critical strain E_{11} versus l/a ; (b) critical stress Σ_{11}/E and critical strain E_{11} versus f_0

5 结论

我们利用拓展的 Gurson 膨胀塑性理论^[22]研究了多孔材料塑性流动局部化中的尺寸效应。采用了 Rice 的局部化模型, 在发生塑性流动局部化时剪切带外部材料继续硬化, 而剪切带内部材料则开始软化。尽管孔洞的尺寸效应对多孔材料的强度有明显的影响, 但是研究表明, 它对于剪切带的角度影响不大。

参考文献:

- [1] Yamamoto H. Conditions for shear localization in the ductile fracture of void-containing materials [J]. *Int. J. Fracture*, 1978, 14: 347~365.
- [2] Saje M, Pan J, Needleman A. Void nucleation effects on shear localization in porous plastic solids [J]. *Int. J. Fracture*, 1982, 19: 163~182.
- [3] Ohno N, Hutchinson JW. Plastic flow localization due to non-uniform void distribution [J]. *J. Mech. Phys. Solids*, 1984, 32: 63~85.
- [4] Huang Y. The role of nonuniform particle distribution on plastic flow localization [J]. *Mech. Mater.*, 1993, 16: 265~280.
- [5] Gurson AL. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I-Yield criteria and flow rules for porous ductile media [J]. *J. Engng. Mat. Tech.*, 1977, 99: 2~15.
- [6] Huang Y, Hutchinson JW. A model study of the role of nonuniform defect distribution on plastic shear localization [A]. Embury JD, Thompson AW. Ashby Symposium: The Modelling of Material Behavior and Its Relation to Design [C]. The Minerals, Metals & Materials Society, 1990. 129~147.
- [7] Lloyd DJ. Particle reinforced aluminum and magnesium matrix composites [J]. *Int. Mater. Rev.*, 1994, 39: 1~23.
- [8] Nan CW, Clarke DR. Influence of particle size and particle fracture on the elastic/plastic deformation of metal matrix composites [J]. *Acta Materialia*, 1996, 44: 3801~3811.
- [9] Fleck NA, Muller GM, Ashby MF, Hutchinson JW. Strain gradient plasticity: theory and experiments [J]. *Acta Metall. Mater.*, 1994, 42: 475~487.
- [10] Stolken JS, Evans AG. A microbend test method for measuring the plasticity length scale [J]. *Acta Mater.*, 1998, 46: 5109~5115.
- [11] Nix WD. Mechanical properties of thin films [J]. *Met. Trans., A*, 1989, 20A: 2217~2245.
- [12] de Guzman MS, Neubauer G, Flinn P, Nix WD. The role of indentation depth on the measured hardness of materials [A]. *Materials Research Symposium Proceedings* [C]. 1983, 308: 613~618.
- [13] Stelmashenko NA, Walls MG, Brown LM, Milman YU. Microindentation on W and Mo oriented single crystals: an STM study [J]. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1993, 41: 2855~2865.
- [14] Ma Q, Clarke DR. Size dependent hardness of silver single crystals [J]. *J. Mater. Res.*, 1995, 10: 853~863.
- [15] Poole WJ, Ashby MF, Fleck NA. Micro-hardness of annealed and work-hardened copper polycrystals [J]. *Scripta Metall. et Mater.*, 1996, 34: 559~564.
- [16] McElhaney KW, Vlassak JJ, Nix WD. Determination of indenter tip geometry and indentation contact area for depth-sensing indentation experiments [J]. *J. Mat. Res.*, 1998, 13: 1300~1306.
- [17] Gao H, Huang Y, Nix WD, Hutchinson J W. Mechanism-based strain gradient plasticity-I. Theory [J]. *J. Mech. Phys. Solids*, 1999, 47: 1239~1263.
- [18] Huang Y, Gao H, Nix WD, Hutchinson JW. Mechanism-based strain gradient plasticity-II. Analysis [J]. *J. Mech. Phys. Solids*, 2000, 48: 99~128.
- [19] Fleck NA, Hutchinson JW. Strain gradient plasticity [A]. Hutchinson JW, Wu TY. *Advances in Applied Mechanics* [C]. New York: Academic Press 1997, 33: 295~361.
- [20] Fleck NA, Hutchinson JW. A discussion of strain gradient plasticity theories, and application to shear bands [A]. de Borst R, Van der Giessen E. *Materials Instabilities in Solids* [C]. Chichester: Wiley Press, 1998. 507~519.
- [21] Shi MX, Huang Y, Hwang KC. Plastic flow localization in mechanism-based strain gradient plasticity [J]. *Int. J. Mech. Sciences*, 2000, 42: 2115~2131.
- [22] Hwang KC, Wen J, Huang Y. Size effect in Gurson model for porous plastic solid (Invited) [A]. Xu B, Tokuda M. *Microstructures and Mechanical Properties of New Engineering Materials* [C]. Beijing: Tsinghua University Press & Springer-Verlag, 2003. 1~6.
- [23] Rice JR. The localization of plastic deformation [A]. Koiter W. *Proc. 14th IUTAM Congress* [C]. Amsterdam, North-holland, 1976. 207~220.
- [24] Качанов ЛМ. Основы Теории Пластичности [M]. Москва: Гос. Изд. Тех.- Теор. Лит, 1956.

(上接第 146 页)

- [5] 范立础, 聂利英, 李建中. 地震作用下板式橡胶支座滑动的动力性能分析[J]. *中国公路学报*, 2003, 16(4): 30~35.
Fan Lichu, Nie Liying, Li Jianzhong. Dynamic characteristic analysis of laminated rubber bearing sliding under earthquake [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2003, 16(4): 30~35. (in Chinese)
- [6] 上海市莘庄立交工程抗震性能评估[Z]. 同济土木工程防灾重点国家实验室, 2001.
Aseismic estimation of Xingzhuang interchange bridge project [Z]. State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering of Tongji University, 2001. (in Chinese)
- [7] Bruce F Maison, Kazuhiko Kasai. Dynamics of pounding when two buildings collide [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1992, 21: 771~786.
- [8] Stavros A Anagnostopoulos, Konstantinos V Spiliopoulos. An investigation of earthquake induced pounding between adjacent buildings [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1992, 21: 289~302.
- [9] Fenwvs G L, Desroches R. Evaluation of the response of I-10/215 interchange bridge near San Bernardino in the 1992 Landers and Big Bear earthquakes [R]. Rep. No. CSMIP/95-02, California Strong Motion Instrumentation Program, Sacramento, Calif, 1995.
- [10] Parveen K Malhotra, Moh J Huang, Anthony F Shakal. Seismic interaction at separation joints of an instrumented concrete bridge [J]. *Earthquake Engrg. Struct., Dyn.*, 1995, 24: 1055~1067.