文章编号:1000-4750(2006)07-0180-05

轴对称金属模具电磁热裂纹止裂温度场的分析

*付宇明^{1,2},田振国^{1,2},郑丽娟^{1,2}

(1. 燕山大学机械工程学院,秦皇岛 066004; 2. 中国科学院 LNM 非线性力学国家实验室,北京 100083)

摘 要:选择带有半埋藏环形裂纹的金属凹模为研究对象,通过金属凹模内外环面均匀通入强脉冲电流,应用电磁热效应实现了金属凹模中环形裂纹的止裂。采用复变函数的方法求解了脉冲电流放电瞬间裂纹尖端附近的温度场。由于脉冲电流放电瞬间,裂尖处电流绕流的热集中效应,在金属凹模内部,环形裂纹尖端金属的温升超过熔点,金属熔化,在金属凹模内部沿着环形裂纹尖端形成堆焊,致使环形裂纹尖端的曲率半径瞬间增大,阻止了干线裂纹源的开裂趋势。

关键词:断裂力学;电磁热效应;复变函数法;半埋藏环形裂纹;止裂;温度场 中图分类号:O482.6 文献标识码:A

ANALYSIS ON THE TEMPERATURE FIELD IN AN AXIAL SYMMETRIC METAL DIE WHEN USING ELECTROMAGNETIC HEATING FOR CRACK ARRESTING

*FU Yu-ming^{1,2}, TIAN Zhen-guo^{1,2}, ZHENG Li-juan^{1,2}

Yanshan University, College of Mechanical Engineering, Qinhuangdao, Hebei 066004, China;
 Nonlinear Mechanics Laboratory of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, China).

Abstract: A metal die with a half-embedded round crack is selected as object. The crack arresting is accomplished using electromagnetic heating by a pulse current discharge through the inside and outside of the die. The complex function method is used to solve for the temperature field around the crack tips in the metal die with half-embedded round crack at the moment when the current pulse is switched on. The temperature around the crack tip rises instantly above the melting point of the metal as a result of the heat concentration effect when the current pulse discharge and the metal melts instantly near the crack tip. Small welded joints can be formed in a small spherical region around the round crack tips inside the metal die. The curvature at the end of the half-embedded round crack increases instantly, so the formation of the main crack is arrested.

Key words: fracture mechanics; electromagnetic heating; complex function methods; half-embedded round crack; crack arresting; temperature field

利用电磁热效应实现金属模具中裂纹止裂是 一种行之有效的方法^[1,2]。在带有裂纹的金属导体中 通入合适的瞬间脉冲电流,将在裂纹尖端出现强烈 的电流绕流集中效应,由此产生的电流热集中效应 将迅速熔化金属内部裂尖附近的金属,其温升超过 熔点,使裂尖附近的金属熔化并形成堆焊^[3-5],裂 纹尖端的曲率半径迅速增大 2~3 个数量级,明显减 少了裂纹尖端的应力集中现象,同时由于裂纹尖端 的温度迅速升高而产生的热应力场成压应力状态, 阻止了干线裂纹源的开裂趋势^[6,7]。选择具有轴对称

收稿日期:2004-09-30;修改日期:2005-09-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50275128)和河北省自然科学基金资助项目(599255)

作者简介:*付宇明(1971),男,吉林洮南人,副教授,博士后,从事磁弹性理论和应用研究(E-mail: mec9@ysu.edu.cn);

田振国(1974),男,黑龙江伊春人,讲师,博士生,从事磁弹性理论和实验研究;

郑丽娟(1971),女,黑龙江肇东人,副教授,博士生,从事磁弹性数值模拟研究。

性质、上表面带有半埋藏环形裂纹的金属凹模为研 究对象,在金属凹模内外环面均匀通入强脉冲电 流,采用复变函数方法求解了放电瞬间环形裂纹尖 端的温度场。该问题的逐步研究解决,将促进电磁 热理论和电磁弹性力学的发展,也将对解决实际情 况下空间裂纹的电磁热止裂问题具有理论指导意 义。

1 理论分析模型的建立

1.1 问题的提出

如图 1 所示,一个半无限长的半径为 2b+R₀、 内半径为 R₀的金属凹模,在凹模的上表面有一个周 向的、半径为 b+R₀、深度为 a 的环形裂纹。由于 实际问题中,裂纹深度相对模具长度尺寸很小,可 以将金属凹模视为半无限长体。在金属凹模内外环 面通过环形电极均匀通入强脉冲电流。电流在流经 裂纹时,在环形裂纹尖端将出现强烈的绕流现象, 必然导致在裂纹的环形尖端附近的温度急剧升高。 对本问题的研究将归结为在这样的线热源的作用 下,带有裂纹的轴对称金属凹模内温度分布问题^[8]。



图 1 带有半埋藏环形裂纹的金属凹模

Fig.1 The metal die with half- embedded round crack

1.2 问题的转换

由于上表面的半埋藏环形裂纹的金属凹模是 几何轴对称的,同时电极加载方式也是轴对称的, 所以热源和温度场也具有轴对称性质。对图1所示 的问题,通过轴线切取单位厚度的切片,转化为如



图 2 所示的研究模型。由于对称性,可以取切片一 半进行研究,则温度场的求解通过转化模型即可完 全解决。

1.3 共形映射

以 B_1 (B_2)点为原点重新建立平面直角坐标系 xBy,如图 3(a)所示,并依次作共形映射如图 3(b)~ 图 3(d)所示。 B_1 , B_2 为裂纹的左侧和右侧点,研 究中不计裂纹的宽度。由(a)变换到(b)的关系为 $z_1 = z \cdot \frac{\pi}{2b}$,由(b)变换到(c)的关系为 $z_2 = \sin z_1$,由(c) 变换到(d)的关系为 $z_3 = -\sqrt{z_2^2 - \text{sh}^2 \frac{\pi a}{2b}}$ 。最后问题 转换为在 z_3 半平面上 D''点作用有点热源的热应力 问题。由于所有的变换都是共形的,所以热源功率 密度不变。



Fig.3 Transform of surfaces

由图 3(a)共形映射到图 3(d)所应用的变换方程 整理为

 $z_3 = -\sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{2b}} z + \sin^2 \frac{\pi a}{2b}$

变换方程的反函数为

$$z = \frac{2b}{\pi} \sin^{-1} \sqrt{z_3^2 - \sinh^2 \frac{\pi a}{2b}}$$
(2)

(1)

 $A(0,a) \Rightarrow A'\left(0,\frac{\pi a}{2b}\right) \Rightarrow A''\left(0,\operatorname{sh}\frac{\pi a}{2b}\right) \Rightarrow A'''(0,0)$ $B_{1}(0,0) \Rightarrow B_{1}'(0,0) \Rightarrow B_{1}''(0,0) \Rightarrow B_{1}'''\left(-\operatorname{sh}\frac{\pi a}{2b},0\right)$ $B_{2}(0,0) \Rightarrow B_{2}'(0,0) \Rightarrow B_{2}''(0,0) \Rightarrow B_{2}'''\left(\operatorname{sh}\frac{\pi a}{2b},0\right)$ $C_{1}(-b,0) \Rightarrow C_{1}'\left(-\frac{\pi}{2},0\right) \Rightarrow C_{1}''(-1,0) \Rightarrow$ $C_{1}'''\left(-\sqrt{1+\operatorname{sh}^{2}\frac{\pi a}{2b}},0\right)$ $C_{2}(b,0) \Rightarrow C_{2}'\left(\frac{\pi}{2},0\right) \Rightarrow C_{2}''(1,0) \Rightarrow$ $C_{2}'''\left(\sqrt{1+\operatorname{sh}^{2}\frac{\pi a}{2b}},0\right)$ $D(0,d) \Rightarrow D'\left(0,\frac{\pi d}{2b}\right) \Rightarrow D''\left(0,\operatorname{sh}\frac{\pi d}{2b}\right) \Rightarrow$ $D'''\left(0,\sqrt{\operatorname{sh}^{2}\frac{\pi a}{2b}}-\operatorname{sh}^{2}\frac{\pi d}{2b}\right)$ (3)

2 热源功率的计算

欲得到电流流经物体时由电磁热效应所形成 的热源,首先要求解电流密度的分布。考虑到加载 电流的形式,问题可以简化为是在一个带有边缘裂 纹的半无限大薄板上加载均布电流,即如图 3(c)所 示,只须进行一次变换,将问题变换到下半平面上, 如图 3(d)所示,问题就可以解决了。

如果以 B₁(B₂)为原点,沿裂纹方向为纵轴 y, 根据参考文献[9]可以得到电流密度为

$$J = |J_0| \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}}$$
(4)

式中 J_0 为通入电流的电流密度, a 为裂纹深度, z = x + iy, $J = J_x + iJ_y$, $i = \sqrt{-1}$,符号||表示对||内 的函数取模。对式(4)取模得

$$|J| = |J_{x} + iJ_{y}| = |J_{0}| \left| \frac{x + iy}{\sqrt{(x + iy)^{2} + a^{2}}} \right| = |J_{0}| \frac{\sqrt{x^{2} + y^{2}}}{\sqrt[4]{(a^{2} + x^{2} - y^{2})^{2} + 4x^{2}y^{2}}}$$
(5)

根据电磁热效应原理可得

$$Q = \frac{|J|^2}{\sigma} = |J_0|^2 \frac{(x^2 + y^2)}{\sigma\sqrt{(a^2 + x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2}}$$
(6)

式中 σ 为电导率, J_0 为通入电流的密度, a 为裂纹深度。

通过坐标平移关系: $r = x - R_0 - b$, z = -y, 可以得到柱坐标系下的热源功率表达式:

$$Q = \frac{|J|^{2}}{\sigma} = |J_{0}|^{2} \frac{1}{\sigma} \times \frac{(R_{0} + b + r)^{2} + z^{2}}{\sqrt{[a^{2} + (R_{0} + b + r)^{2} - z^{2}]^{2} + 4(R_{0} + b + r)^{2} z^{2}}}$$
(7)

3 温度场的求解

如果采用电容放电的方式进行裂纹止裂,电流 服从下面的规律

$$J_0 = J_{00} e^{-\frac{1}{RC}}$$
(8)

式中 *t* 为放电时间, *R* 为材料的电阻, *C* 为放电电容, *J*₀₀ 为电流密度幅值。

由于是瞬间作用的集中热源,那么可以放宽外 边界的限制,将问题作为一个无限大体来考虑,但 是要注意到裂纹的存在,此时的温度场为^[10]

$$T = T_0 + T_* \tag{9}$$

式中 T₀ 为无裂纹平面内在 D 点作用一个点热源产 生的温度场, T_{*} 为裂纹对温度场的扰动。

3.1 *T*₀(*x*, *y*)的求解

这样的热传导问题在传热学的研究中有比较 好的解答。

考虑瞬时脉冲电流作用时,电流绕流作用而在 裂尖产生瞬时热源。根据前面的讨论,在接下来分 析中,将问题转化为在裂尖处与其它区域的具有温 差的热传导问题研究,有下面典型两维瞬态热传导 方程:

$$\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$
(10)

边界条件

式

$$T_{x'=\infty, y'=\infty} = 0$$
, $\frac{\partial T}{\partial x'}\Big|_{x=\infty} = 0$, $\frac{\partial T}{\partial y'}\Big|_{y=\infty} = 0$ (11)

中
$$x' = \Delta x$$
, $y' = \Delta y$ 。
这个问题的解为
$$T(x, y, \tau) = \frac{|J_0|^2 (x^2 + y^2)}{(2\sqrt{\pi\beta\tau})^2} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{4\beta\tau}\right] \times \frac{1}{\sigma\sqrt{(a^2 + x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2}}$$
(12)

式中 $\beta = \frac{\lambda}{\rho c_{\rho}}$, ρ 为材料的密度, c_{ρ} 为热容, a为

由式(2)可以得到各点经共形映射后对应的坐 标为 裂纹深度。

4.2 T*(x, y) 的求解

由于这里研究的裂纹是绝热的,即热流不能穿 过裂纹。此时,可以得到以下热的边界条件:

$$\lambda \left(\frac{\partial T(t)}{\partial n} \right) = 0 \qquad t \in L \tag{13}$$

由式(9)及式(13)有

$$\lambda \left(\frac{\partial T_*(t)}{\partial n} \right) = -\lambda \left(\frac{\partial T_0(t)}{\partial n} \right) \qquad t \in L \qquad (14)$$

由式(12)可以得到

$$\left. \frac{\partial T_0(t)}{\partial n} \right|_{t \in L} = 0 \tag{15}$$

所以有

$$\frac{\partial T_*(t)}{\partial n}\Big|_{t\in L} = 0 \tag{16}$$

本问题设定直裂纹的宽度为零,问题中绕流生成的瞬时热源与裂纹共线,在这种情况下裂纹对温度没有扰动,即*T*_{*}(*x*, *y*)=0。由此得到本问题中温度场的解为^[11]

$$T = T_0 + T_* = \frac{|J_0|^2 (x^2 + y^2)}{(2\sqrt{\pi\beta\tau})^2} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{4\beta\tau}\right] \times \frac{1}{\sigma\sqrt{(a^2 + x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2}}$$
(17)

同理,通过坐标平移,得到柱坐标下的瞬时电 流产生的温度场为

$$T(r,z) = \frac{\left|J_{0}\right|^{2} [(R_{0} + b + r)^{2} + z^{2}]}{(2\sqrt{\pi\beta\tau})^{2}\sigma} \times \frac{\exp\left[-\frac{(R_{0} + b + r)^{2} + z^{2}}{4\beta\tau}\right]}{\sqrt{[a^{2} + (R_{0} + b + r)^{2} - z^{2}]^{2} + 4(R_{0} + b + r)^{2}z^{2}}}$$
(18)

4 实例分析

4.1 实例模型

Cr12MoV 冷作轴对称凹模,模型尺寸如图 4 所示:半径 $R_0 = 50$ mm,壁厚 2b = 160mm,模具高 l = 400mm。在上表面有半径为 $R_0 + b = 130$ mm,深 度为 a 的半埋藏环形裂纹。给定常温下参数为:熔 点为 1510,线胀系数 $\alpha = 15.4 \times 10^{-6}$ /,比热容 $c_{\rho} = 0.473 J/(g \cdot)$,电导率 $\sigma = 1.3 \times 10^{7} (\Omega \cdot m)^{-1}$,磁导 率 $\mu = 1.0 \times 10^{-3}$ H/m,导温系数 $a_0 = 1.1 \times 10^{-5}$ m²/s, 热传导系数 $\lambda = 28.8$ W/(m²·),表面热扩散系数 $\alpha_0 = 40$ W/(m²·)。弹性模量 $E = 2.0 \times 10^{11}$ Pa,泊松 比 $\nu = 0.33$ 。



Fig.4 The die with round crack

在内外环面上均匀加载脉冲电流,通入脉冲电流,对放电瞬间金属凹模情况作以下分析:

(1) 电流面密度为 $J_0 = 7 \times 10^9 \text{ A/m}^2$,裂纹长 a = 30 mm时,沿裂纹走向方向上各点温度分布情况;

(2) 脉冲电流密度不变,裂纹深度不同时,裂尖附近各点温度分布;

(3) 在不同强度脉冲电流情况下,当*a*=30mm时,裂尖附近温度分布情况。

4.2 计算结果与分析

由于裂纹对温度场影响属于局部效应问题,在 理论分析数值计算中采用有限模型尺寸代替分析 中的半无限大模型,计算结果是符合实际情况的。 将已知条件代入推导出的温度表达式,通过 FORTRAN 语言编制计算程序,得出如图 5~图 8 所 示结果(图 5~图 7 中曲线 1 为不考虑 *λ* 随温度变化 得到的温度值,曲线 2 为考虑 *λ* 随温度变化得到的 温度值)。



下方 0.7mm 处的温度值)与裂纹深度 a 关系曲线,通入的脉冲电流面密度为 $J_0 = 7 \times 10^9$ A/m²。当裂纹深 度 $a \ge 15$ mm 时,裂纹尖端温度超过了材料的熔点。 关系曲线表明:在其他条件相同时,裂纹的长度越长,则裂尖的温度越高。

图 6 描述了当裂纹深度 a = 30mm,裂尖温度 T与通入电流密度 $J_0 关系曲线。当脉冲电流密度 <math>J_0 \ge 6 \times 10^9$ A/m² 时,裂纹尖端温度超过了材料的熔 点,关系曲线表明,在其他条件相同时,脉冲放电 电流密度越大,则裂尖的温度越高。





图 7 给出了当裂纹深度 a = 30mm,通入电流密 度为 $J_0 = 7.0 \times 10^9$ A/m² 时温度分布情况。图中是沿 裂纹方向从 $B_1(B_2)$ 点开始选取,靠近裂尖处的各点 温度 T 分布趋势。图中关系曲线表明:在裂纹尖端 温度最高,围绕裂纹尖端小范围内温升超过了材料的熔点,形成了围绕裂尖的狭小熔化区。

图 8 给出了当裂纹深度 a = 30mm , 传热时间 $\tau = 20\mu$ s 时,从裂尖点开始沿垂直裂纹方向各点的 温度 T 的分布趋势。图中曲线 1 的电流密度为 $J_0 = 7 \times 10^9 (A/m^2)$,曲线 2 电流密度为 $J_0 = 8 \times 10^9 (A/m^2)$,曲线 3 电流密度为 $J_0 = 9 \times 10^9 (A/m^2)$ 。



图 8 温度 T 在裂尖附近沿裂纹垂直方向的分布



5 结论

采用复变函数法建立了电磁热空间轴对称裂 纹止裂的理论分析模型,求解了带有半埋藏环形裂 纹的金属凹模脉冲放电瞬间温度场的理论解,并给 出了具体算例。

(1)通过复变函数中共形映射方法,采用转化 模型推导了裂纹尖端的热源功率,并通过温度场的 复势推导得到了裂纹尖端放电瞬间的温度分布。

(2)具有半埋藏环形裂纹的金属凹模中通入脉 冲电流瞬间的理论分析表明:当通入合适的脉冲电 流时,裂纹尖端瞬间温升超过金属熔点,必然使半 埋藏裂尖钝化形成堆焊,控制了裂纹沿其主方向的 发展。

(3) 采用复变函数数学工具建立的理论分析模型可以具体指导实际中金属模具电磁热效应裂纹 止裂,可以为确定电流密度、放电电压、通电电极 位置等参数提供依据,以便正确地实施放电止裂。

184

(参考文献转 164 页)

材得到了充分的利用。膜内应力分布趋向均匀,应 力集中的区域减小,这说明倒伞式索膜结构比现有 的固定式索膜结构受力更合理。在使用中虽然索 单元出现了松弛,但面积并不大,不影响结构的 正常使用。

参考文献:

- [2] 张其林. 索和膜结构[M]. 上海:同济大学出版社, 2002.13~78.
 Zhang Qilin. Cable and membrane structures [M]. Shanghai: Tongji University Press, 2002. 13~78. (in Chinese)
- [3] 邵小方, 吴健生. 薄膜结构的找形和荷载分析[J]. 天 津大学学报, 1995, 28(2): 201~207.
 Shao Xiaofang, Wu Jiansheng. Form-finding and load analysis of membrane structures [J]. Journal of Tianjin University, 1995, 28(2): 201~207. (in Chinese)
- [4] 冯虹, 钱素萍, 袁勇. 索膜结构理论研究综述与展望
 [J]. 同济大学学报, 2002, 30(9): 1033~1037.
 Feng Hong, Qian Suping, Yuan Yong. Summarization and prospects of cable-membrane structures [J]. Journal of Tongji University, 2002, 30(9): 1033~1037. (in Chinese)
- [5] 张文英, 李中立. 深圳欢乐谷中心剧场膜结构穹顶[J]

(上接第184页)

参考文献:

- 白象忠,胡宇达.磁弹性、热磁弹性理论及其应用[J]. 力学进展, 1996, 26(3): 389~406.
 Bai Xiangzhong, Hu Yuda. Theoretical study and application of magnet-elasticity and thermo-elasticity [J]. Mechanics Advance, 1996, 26(3): 389~406. (in Chinese)
- [2] 白象忠,乔桂英. 电磁热效应裂纹止裂的实验研究[J]. 实验力学, 2000, 15(3): 354~360.
 Bai Xiangzhong, Qiao Guiying. Experimental study on crack prevention by electromagnetic heating [J]. Experimental Mechanics, 2000, 15(3): 354~360. (in Chinese)
- [3] 付字明,郑丽娟,白象忠. 铝合金薄板中裂纹的电磁热效应局部跨越止裂[J]. 航空学报, 2002, 3(23): 282~284.
 Fu Yuming, Zheng Lijuan, Bai Xiangzhong. Crack arrest in aluminum alloy plate by part crossover using electromagnetic heating [J]. Acta Aeronautica Sinica, 2002, 3(23): 282~284. (in Chinese)
- [4] Fu Yuming, Bai Xiangzhong, Hu Yuda. Technique for producing crack arrest by electromagnetic heating [J]. Materials Science and Technology, UK, 2001, 12(17): 1653~1656.
- [5] Fu Yuming, Bai Xiangzhong, Zheng Lijuan. Numerical simulation and experimental research on crack arresting using electromagnetic heat effect [J]. International Journal of Nolinear Science and Numerical Simulation, ISRAEL and UK, 2001, 4(2): 375~378.
- [6] 付字明, 白象忠. 脉冲放电裂纹止裂处的热处理研究
 [J]. 金属热处理, 2002, 3(27): 29~31.
 Fu Yuming, Bai Xiangzhong. Analysis on heat treatment around crack tip while crack arresting using pulse current
 [J]. Heat Treatment of Metals, 2002, 3(27): 29~31. (in

空间结构, 2003, 6(1): 3~8.

Zhang Wenying, Li Zhongli. The membrane structure dome of Shenzhen central joy amphitheater [J]. Spatial Structures, 2003, 6(1): 3~8.(in Chinese)

- [6] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京:清华大学出版社, 1997. 537~544.
 Wang Xucheng, Shao Min. Basic principles and numerical method of finite element method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. 537~544.
- [7] 杨庆山,姜忆南. 张拉索膜结构分析与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2004. 115~118.
 Yang Qingshan, Jiang Yinan. Analysis and design of tensioned cable-membrane structures [M]. Beijing: Science Press, 2004. 115~118. (in Chinese)
- [8] 向阳, 沈世钊. 薄膜结构的静力性能分析[J]. 空间结构, 1998, 4(1): 18~24.
 Xiang Yang, Shen Shizhao. Static behavioral analysis of membrane structures [J]. Spatial Structures, 1998, 4(1): 18~24. (in Chinese)
- [9] 王国强. 实用工程数值模拟技术及其在 ANSYS 上的应用[M]. 西安:西北工业大学出版, 1999.
 Wang Guoqiang. Practical numerical simulation technique in Engineering and its application in ANSYS [M]. Xi'an: Northwest Industrial University Press, 1999. (in Chinese)
- [10] 张相庭. 工程抗风设计计算手册[M]. 北京: 中国建筑 工业出版社, 1998. 185~208.
 Zhang Xiangting. Calculation handbook of wind resistance in engineering [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1998. 185~208. (in Chinese)

Chinese)

- [7] 乔桂英,白象忠,肖福仁. 单脉冲电流对高速钢裂纹的 止裂效果[J]. 金属学报,2000,36(7):718~722.
 Qiao Guiying, Bai Xiangzhong, Xiao Furen. Effects of crack prevention under A pulse electric current in highspeed steel [J]. Acta Metallurgica Sinica, 2000, 36(7): 718~722. (in Chinese)
- [8] Финкель В М,Головин Ю И,Слетков А А. О возможности тор-можения быстрых трещин импульсами тока [J]. ДАН СССР, 1976, 227(4): 848~851.
- [9] Ru C Q. Effect of electrical polarization on stress intensity factors in a piezoelectric ceramic [J]. International Journal of Solids and Structures, 1999, 36(6): 869~883.
- [10] 胥红敏,白象忠,付字明.单边裂纹通电瞬间裂尖处应 力场的复变函数解[J].力学季刊,2002,12(3):45~48. Xu Hongmin, Bai Xiangzhong, Fu Yuming. The complex function results of the stress field around the crack tip at edge crack at the instant when the electric current is switched on [J]. Mechanics Quarterly, 2002, 12(3): 45~48. (in Chinese)
- [11] 田振国, 付字明, 白象忠. 多个共线裂纹载流薄板电磁 热效应裂纹止裂研究[R]. 北京: 第二届全国动态力学 学术研讨会, 2001.
 Tian Zhenguo, Fu Yuming, Bai Xiangzhong. Study of the multi coaxial cracks prevention in thin conductive plate using electromagnetic heating [R]. Beijing: 2nd National Scientific Conference in Dynamic Fracture Mechanics, 2001. (in Chinese)