

文章编号: 1000-4750(2006)10-0068-05

裂纹稳态扩展下正交异性材料的 动应力强度因子 K_{III} 解答

*胥红敏, 姚学锋, 冯西桥

(清华大学航天航空学院工程力学系, 北京 100084)

摘 要: 研究了无限大正交异性材料中半无限长 III 型裂纹的动态扩展问题。裂纹尖端附近的应力和位移被表达为解析复函数的形式, 而复函数可以表达为幂级数的形式, 幂级数的系数由研究问题的边界条件来确定。这样就给出了裂纹尖端附近的应力分量和位移分量的简单近似表达式, 由推导出的动应力分量和动位移分量可以退化为其在各向同性材料静态断裂问题中的情况。最后, 裂纹扩展特性由裂纹几何参数和裂纹扩展速度来反映出来, 相同的几何参数情况下, 裂纹扩展愈快, 裂纹尖端附近的最大应力分量和最大位移分量愈大。

关键词: 固体力学; 断裂动力学; 正交异性; III 型裂纹; 级数; 扩展特性

中图分类号: O346.1 文献标识码: A

DYNAMIC STRESS INTENSITY FACTOR K_{III} AND DYNAMIC CRACK PROPAGATION CHARACTERISTICS OF ORTHOTROPIC MATERIAL

*XU Hong-min, YAO Xue-feng, FENG Xi-qiao

(School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The dynamic propagation problem of semi-infinite mode III crack in an orthotropic infinite body is investigated. The stresses and displacements near the crack tip are expressed as analytical complex functions, which can be represented in power series. The constant coefficients of the series are determined with boundary conditions. Simple approximate expressions for the stresses and displacements near the crack tip are developed. The expressions can be degenerated for static problems in isotropic materials. Finally, the crack propagation characteristics are represented with the mechanical properties of the orthotropic material and crack speeds. The faster the crack velocity, the greater the maximum values of the stresses and displacements near the crack tip.

Key words: solid mechanics; fracture dynamics; orthotropic; mode III crack; power series; propagation characteristics

先进复合材料自 1967 年问世以来一直受到对重量、性能要求苛刻的航空航天界的关注与重视。目前复合材料已与金属、高聚物、陶瓷并列为四大材料并广泛应用于国防、航空、航海、建筑、机械工业等各个方面^[1]。很明显, 为了更好的应用复合

材料, 对其断裂特性——尤其是动态断裂特性的研究有其必要性。

对于正交异性材料动态问题的理论研究, Kassir 和 Bandyopadhyay^[2]研究了无限正交异性媒介中一中心裂纹的动态响应。Kuo^[3]得到两不同正

收稿日期: 2005-05-16; 修改日期: 2005-12-30

作者简介: *胥红敏(1976), 女, 河北人, 博士后, 从事复合材料和功能梯度材料的力学研究(E-mail: xuhm@mail.tsinghua.edu.cn);

姚学锋(1966), 男, 河南人, 副教授, 博士后, 从事计算机辅助光测力学, 航空材料工艺与断裂力学以及生物力学的研究;

冯西桥(1968), 男, 河北人, 教授, 博士后, 从事微/纳米力学, 生物力学与仿生力学, 细观损伤与断裂力学以及复合材料细观力学研究。

交异性半平面界面裂纹的动态应力强度因子。Shindo^[4]等解得正交异性无限长条带中边缘裂纹的动态应力强度因子。Rubio-Gonzalez^[5]等计算了一正交异性材料中均匀载荷下半无限长裂纹尖端的动态应力强度因子,应用 Laplace 和 Fourier 变换以及 Wiener-Hopf 方法解得运动方程中的位移,分析了裂纹尖端附近应力的渐近表达,由此得到对于每个荷载类型的动态应力强度因子的封闭形式的解。文献[6]就多正交异性半平面中反平面冲击荷载下的一面内界面裂纹建立了理论方程并给出了数值解。在理论分析中应用 Laplace 和 Fourier 变换得到第二类 Fredholm 积分方程,通过 Laplace 变换数值反演的应用得到动态应力强度因子。Rubio-Gonzalez^[7]还研究了一有常速扩展半无限长裂纹的无限正交异性材料的弹性动态响应,得到 I 和 II 型载荷下裂纹尖端附近的应力强度因子。在解运动方程过程中用到 Laplace 和 Fourier 变换以及 Wiener-Hopf 方法,分析了裂尖附近应力的渐进表达式,由此得到动态应力强度因子的闭和解。文献[8, 9]讨论了任意常数载荷下的正交异性或横观各向同性材料间的界面裂纹扩展,在基础理论中用到了双边 Laplace 变换及其反演。Baksi 等^[10]的研究涉及了冲击载荷下包含一中心裂纹的无限正交异性介质的弹性动力响应,应用 Laplace 和 Fourier 变换把此瞬态问题归结为 Laplace 变换域中的对偶积分方程问题。Achenbach 和 Bazant^[11]、Piva 和 Viola^[12,13]研究了以常速扩展的裂纹尖端应力场和位移场,但是他们没有把扩展裂纹尖端的动态应力和位移分量明确地表示出来。

最近,对于二维断裂问题, Malezhyk 给出了正交异性黏弹性板中裂纹附近应力应变模型^[14]; Lalitha 研究了正交异性板问题^[15]。对于有限大正交异性材料,Chen 研究了含裂纹的功能梯度正交异性条带的热应力问题^[16]。Kirilyuk 给出了无限大正交异性体中圆盘状裂纹的应力状态^[17]。

对于无限大正交异性材料的断裂动力学问题,裂纹尖端周围的动态应力分量和动态位移分量很重要,Rizza 给出了正交异性材料 I 和 II 型裂纹的解析解,其结果也不是显式^[18]。Lee 也研究了动应力强度因子 K_I 、 K_{II} 和正交异性材料的动态裂纹扩展特性^[19],并且得到正交异性材料裂纹尖端的动态应力分量和动态位移分量的近似表达;本文在此基础上,研究了动应力强度因子 K_{III} 和正交异性材料

III 型裂纹的动态扩展特性,并且推导了正交异性材料中 III 型裂纹裂纹尖端的动态应力分量和动态位移分量,该动应力分量和动位移分量可以退化为其在各向同性材料中的静态断裂问题中的情况。裂纹扩展特性由正交异性材料的材料性质和裂纹扩展速度表示出来,表明裂纹扩展越快裂纹尖端附近的应力最大值越大。

1 函数 $\varphi(z_1)$ 和 $\psi(z_2)$ 表达的位移场和应力场

在固定的 Cartesian 坐标系 $X-Y$ 中,根据动量守恒定律,对于 III 型裂纹,有:

$$\frac{\partial \tau_{XZ}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{YZ}}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

这里 w 为 z 方向的位移;正交异性材料的几何方程与各向同性材料相同,即:

$$\varepsilon_{XZ} = \frac{\partial w}{\partial X} + \frac{\partial u}{\partial Z}, \quad \varepsilon_{YZ} = \frac{\partial w}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial Z} \quad (2)$$

u 和 v 分别为 x 和 y 方向的位移,对于 III 型反平面裂纹, $u = v = 0$, 即:

$$\varepsilon_{XZ} = \frac{\partial w}{\partial X}, \quad \varepsilon_{YZ} = \frac{\partial w}{\partial Y} \quad (3)$$

正交异性材料的本构关系:

$$\tau_{XZ} = C_{55} \varepsilon_{XZ}, \quad \tau_{YZ} = C_{44} \varepsilon_{YZ} \quad (4)$$

C_{55} 和 C_{44} 是正交异性材料刚度矩阵中的刚度分量。

综合式(1)、式(3)和式(4),可以得到正交异性材料反平面问题的运动方程为:

$$C_{55} \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} + C_{44} \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (5)$$

ρ 为材料密度。

假定裂纹以常速 c 沿 X 轴扩展,引入运动坐标 x 和 y 分别为 $x = X - ct$ 和 $y = Y$, 由此,方程(5)可以变换为:

$$C_{55} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + C_{44} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \rho c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (6)$$

即:

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (7)$$

这里, $\alpha = \pm \sqrt{\frac{C_{55} - \rho c^2}{C_{44}}}$ 。

引入 $x = \alpha(\xi + \eta)$ 和 $y = \xi - \eta$, 有:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \alpha + \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \alpha - \frac{\partial}{\partial y} \quad (8)$$

式(7)变为以下形式:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} = 0 \quad (9)$$

于是, 位移 w 可以表达为 ξ 和 η 的函数:

$$w = f_1(\xi) + f_2(\eta) \quad (10)$$

根据上式, 由 ξ 和 η 与 x 和 y 的关系, 位移 w 又可表达为:

$$w = \varphi(z_1) + \psi(z_2) + \overline{\varphi(z_1)} + \overline{\psi(z_2)} = 2\operatorname{Re}[\varphi(z_1) + \psi(z_2)] \quad (11)$$

这里,

$$z_1 = x + \alpha y, \quad z_2 = x - \alpha y \quad (12)$$

根据正交异性体中应力和位移的关系, τ_{yz} 和 τ_{xz} 有表达式:

$$\begin{aligned} \tau_{yz} &= \sqrt{C_{44}(C_{55} - \rho c^2)} \cdot 2\operatorname{Im}[\varphi'(z_1) - \psi'(z_2)] \\ \tau_{xz} &= C_{55} \cdot 2\operatorname{Re}[\varphi'(z_1) + \psi'(z_2)] \end{aligned} \quad (13)$$

2 函数 $\varphi(z_1)$ 和 $\psi(z_2)$ 的级数扩展

把 $\varphi(z_1)$ 和 $\psi(z_2)$ 写为以下的幂级数形式:

$$\begin{aligned} \varphi(z_1) &= \sum_{k=1}^n A_k z_1^{\lambda_k} = \sum_{k=1}^n (A_k^0 + iA_k^*) r_1^{\lambda_k} e^{i\lambda_k \theta_1} \\ \psi(z_2) &= \sum_{k=1}^n B_k z_2^{\lambda_k} = \sum_{k=1}^n (B_k^0 + iB_k^*) r_2^{\lambda_k} e^{i\lambda_k \theta_2} \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $A_k = A_k^0 + iA_k^*$ 、 $B_k = B_k^0 + iB_k^*$, A_k 和 B_k 为幂级数的复系数, A_k^0 、 B_k^0 和 A_k^* 、 B_k^* 分别为它们实部和虚部。对 $\varphi(z_1)$ 和 $\psi(z_2)$ 求导数, 并且根据 Euler 公式, 有:

$$\begin{aligned} \varphi'(z_1) &= \sum_{k=1}^n (A_k^0 + iA_k^*) \lambda_k r_1^{\lambda_k - 1} [\cos(\lambda_k - 1)\theta_1 + i \sin(\lambda_k - 1)\theta_1] \\ \psi'(z_2) &= \sum_{k=1}^n (B_k^0 + iB_k^*) \lambda_k r_2^{\lambda_k - 1} [\cos(\lambda_k - 1)\theta_2 + i \sin(\lambda_k - 1)\theta_2] \end{aligned} \quad (15)$$

在裂纹面 $\theta_1 = \theta_2 = \pi$ 和 $\theta_1 = \theta_2 = -\pi$ 上, 分别有剪力 $\tau_{yz} = 0$ 和 $\tau_{xz} = 0$, 即:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n [(A_k^0 - B_k^0) \sin(\lambda_k - 1)\pi + (A_k^* - B_k^*) \cos(\lambda_k - 1)\pi] &= 0 \\ \sum_{k=1}^n [-(A_k^0 - B_k^0) \sin(\lambda_k - 1)\pi + (A_k^* - B_k^*) \cos(\lambda_k - 1)\pi] &= 0 \\ \sum_{k=1}^n [(A_k^0 + B_k^0) \cos(\lambda_k - 1)\pi - (A_k^* + B_k^*) \sin(\lambda_k - 1)\pi] &= 0 \\ \sum_{k=1}^n [(A_k^0 + B_k^0) \cos(\lambda_k - 1)\pi + (A_k^* + B_k^*) \sin(\lambda_k - 1)\pi] &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

如果 $A_k^0 - B_k^0$ 和 $A_k^* - B_k^*$ 与 $A_k^0 + B_k^0$ 和 $A_k^* + B_k^*$ 有非零值, 必须有:

$$\begin{vmatrix} \sin(\lambda_k - 1)\pi & \cos(\lambda_k - 1)\pi \\ -\sin(\lambda_k - 1)\pi & \cos(\lambda_k - 1)\pi \end{vmatrix} = 0 \quad (17)$$

即: $\sin 2(\lambda_k - 1)\pi = 0$, 由此可以得到 λ_k 的取值:

$$\lambda_k = \frac{k}{2}, \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, \Lambda \quad (18)$$

考虑到式(16), 幂级数系数的实部和虚部有关系:

$$\begin{cases} A_k^0 = B_k^0, & A_k^* = -B_k^*, & k = 1, 3, 5, \Lambda \\ A_k^0 = -B_k^0, & A_k^* = B_k^*, & k = 2, 4, 6, \Lambda \end{cases} \quad (19)$$

坐标系 (r, θ) 表示以移动的裂纹尖端为坐标原点的极坐标系, 如果 $z = x + yi$, 则 z_1 、 z_2 和 z 的关系以及各坐标系之间的关系如图 1 所示。由式(14)和图 1, 可以得到:

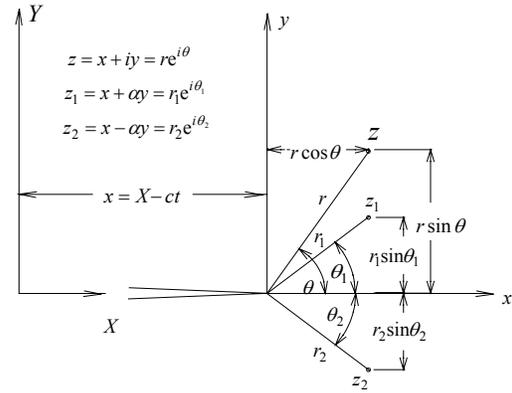


图 1 级坐标 (r, θ) 、 (r_1, θ_1) 和 (r_2, θ_2) 之间的关系

Fig.1 The relationships among the polar coordinates (r, θ) 、 (r_1, θ_1) and (r_2, θ_2)

$$\begin{cases} \theta_1 = -\theta_2 = \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{C_{55} - \rho c^2}{C_{44}}} \cdot \tan \theta \right) - \pi, & -\pi < \theta < -\frac{\pi}{2} \\ \theta_1 = -\theta_2 = \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{C_{55} - \rho c^2}{C_{44}}} \cdot \tan \theta \right), & -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \\ \theta_1 = -\theta_2 = \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{C_{55} - \rho c^2}{C_{44}}} \cdot \tan \theta \right) + \pi, & \frac{\pi}{2} < \theta < \pi \end{cases} \quad (20)$$

$$r_1 = r_2 = \sqrt{\frac{C_{55} - \rho c^2}{C_{44}}} r^2 \sin^2 \theta + r^2 \cos^2 \theta \quad (21)$$

设定: $\theta_1 = -\theta_2 = \theta_0$ 、 $r_1 = r_2 = r_0$, 于是:

$$\varphi'(z_1) = \sum_{k=1}^n (A_k^0 + iA_k^*) \cdot \frac{k r_0^{k/2-1}}{2}$$

$$\begin{aligned} & \left[\cos\left(\frac{k}{2}-1\right)\theta_0 + i \sin\left(\frac{k}{2}-1\right)\theta_0 \right] \\ \psi'(z_2) = & \sum_{k=1}^n (B_k^0 + iB_k^*) \cdot \frac{kr_0^{k/2-1}}{2} \cdot \\ & \left[\cos\left(\frac{k}{2}-1\right)\theta_0 - i \sin\left(\frac{k}{2}-1\right)\theta_0 \right] \quad (22) \end{aligned}$$

把式(22)代入式(13), 可得 τ_{yz} 和 τ_{xz} 的一般表达式:

$$\begin{aligned} \tau_{yz} = & 2\sqrt{C_{44}(C_{55} - \rho c^2)} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{kr_0^{k/2-1}}{2} \times \\ & \left[(A_k^0 + B_k^0) \cdot \sin\left(\frac{k}{2}-1\right)\theta_0 + (A_k^* - B_k^*) \cdot \cos\left(\frac{k}{2}-1\right)\theta_0 \right] \\ \tau_{xz} = & 2C_{55} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{kr_0^{k/2-1}}{2} \cdot \left[(A_k^0 + B_k^0) \cdot \cos\left(\frac{k}{2}-1\right)\theta_0 - \right. \\ & \left. (A_k^* - B_k^*) \cdot \sin\left(\frac{k}{2}-1\right)\theta_0 \right] \quad (23) \end{aligned}$$

当 $k=1$ 时,

$$\begin{aligned} \tau_{yz} = & 2\sqrt{C_{44}(C_{55} - \rho c^2)} r_0^{-1/2} \left(-A_1^0 \sin \frac{\theta_0}{2} + A_1^* \cos \frac{\theta_0}{2} \right) \\ \tau_{xz} = & 2C_{55} \cdot r_0^{-1/2} \left(A_1^0 \cos \frac{\theta_0}{2} + A_1^* \sin \frac{\theta_0}{2} \right) \quad (24) \end{aligned}$$

考虑到式(11), 有位移场的一般表达式:

$$w = 2 \sum_{k=1}^n r_0^{k/2} \cdot \left[(A_k^0 + B_k^0) \cdot \cos \frac{k\theta_0}{2} - (A_k^* - B_k^*) \cdot \sin \frac{k\theta_0}{2} \right] \quad (25)$$

当 $k=1$ 时, 位移 w 变为:

$$w = 4r_0^{1/2} \cdot \left(A_1^0 \cos \frac{\theta_0}{2} - A_1^* \sin \frac{\theta_0}{2} \right) \quad (26)$$

3 级数项中的常系数以及裂纹尖端附近应力场和位移场的解析表达

在式(26)中, 当 $\theta_0 = 0$ 时, 角度 $\theta = 0$ 并且位移 $w = 0$, 由此可导出 $A_1^0 = 0$, 由此, 可得到一般常数 A_k^0 的值; 并且根据 A_k^0 和 B_k^0 的关系, 得到 B_k^0 :

$$A_k^0 = 0; \quad B_k^0 = 0, \quad (k=1, 2, 3, 4, 5, \Lambda) \quad (27)$$

把式(27)代入式(23)和式(25), 可推导出正交异性材料中动态断裂问题的一般应力场和位移场:

$$\begin{aligned} \tau_{yz} = & 2\sqrt{C_{44}(C_{55} - \rho c^2)} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{kr_0^{k/2-1}}{2} \cdot \\ & \left[(A_k^* - B_k^*) \cdot \cos\left(\frac{k}{2}-1\right)\theta_0 \right], \\ \tau_{xz} = & 2C_{55} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{kr_0^{k/2-1}}{2} \cdot \left[-(A_k^* - B_k^*) \cdot \sin\left(\frac{k}{2}-1\right)\theta_0 \right] \quad (28) \end{aligned}$$

$$w = 2 \sum_{k=1}^n r_0^{k/2} \cdot \left[-(A_k^* - B_k^*) \cdot \sin \frac{k\theta_0}{2} \right] \quad (29)$$

把动应力强度因子定义为:

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\tau_{yz})_{\theta=0} \quad (30)$$

$k=1$ 时, 由 $A_1^* = -B_1^*$, 考虑到式(28)和式(30), K_{III} 可以被表达为:

$$K_{III} = 2\sqrt{2\pi C_{44}(C_{55} - \rho c^2)} \cdot A_1^* \quad (31)$$

以上关系可以推广到一般的常数 A_k^* , 有:

$$A_k^* = \frac{K_k^*}{2\sqrt{2\pi C_{44}(C_{55} - \rho c^2)}} \quad (32)$$

$k=1$ 时, 上式中的 K_1^* 即为通常要得到的动态应力强度因子 K_{III} , 此时, 把式(32)代入式(28)和式(29), 得到应力场和位移场为:

$$\begin{aligned} \tau_{yz} = & \frac{K_1^*}{\sqrt{2\pi r_0}} \cdot \cos \frac{\theta_0}{2}, \\ \tau_{xz} = & \frac{K_1^*}{\sqrt{2\pi r_0}} \cdot \frac{C_{55}}{\sqrt{C_{44}(C_{55} - \rho c^2)}} \cdot \sin \frac{\theta_0}{2} \quad (33) \end{aligned}$$

$$w = \frac{K_1^*}{\sqrt{2\pi r_0}} \cdot \left(-\frac{2r_0}{\sqrt{C_{44}(C_{55} - \rho c^2)}} \right) \cdot \sin \frac{\theta_0}{2} \quad (34)$$

由图 1 及式(20)和式(21), 在式(33)和式(34)中, 有:

$$\frac{\cos \frac{\theta_0}{2}}{\sqrt{r_0}} = \frac{1}{\sqrt{r}} \left[\frac{\sqrt{\cos^2 \theta + \frac{C_{55} - \rho c^2}{C_{44}} \sin^2 \theta + \cos \theta}}{2 \left(\cos^2 \theta + \frac{C_{55} - \rho c^2}{C_{44}} \sin^2 \theta \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (35)$$

$$\frac{\sin \frac{\theta_0}{2}}{\sqrt{r_0}} = \frac{1}{\sqrt{r}} \left[\frac{\sqrt{\cos^2 \theta + \frac{C_{55} - \rho c^2}{C_{44}} \sin^2 \theta - \cos \theta}}{2 \left(\cos^2 \theta + \frac{C_{55} - \rho c^2}{C_{44}} \sin^2 \theta \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (36)$$

需要指出, 在所研究的正交异性材料中, 如果 $c = 0$, $C_{44} = C_{55} = \rho c_2^2$ (c_2 为材料的剪切波速), 则,

$$\tau_{yz} = \frac{K_1^*}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2}, \quad \tau_{xz} = \frac{K_1^*}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (37)$$

$$w = -\frac{K_1^*}{\rho c_2^2} \cdot \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (38)$$

可以看出此结果与各向同性材料中静态裂纹周围的应力和位移分布相吻合^[20].

4 实例与结果分析

这里用标准化的裂纹扩展速度 M 和标准化的

材料常数来说明扩展裂纹尖端的应力和位移扩展特性,用标准化的应力强度因子来表示裂纹尖端的应力场和位移场,为了使结果明了,要计算的点的位置由级坐标来表示。

图2为裂纹尖端附近标准化的剪应力 τ_{yz}/K'_{III} 和 M 之间的关系。可以看出, -120° 和 $+120^\circ$ 为两个转折点,在 -120° 到 $+120^\circ$ 之间,任何以常速扩展裂纹的 τ_{yz}/K'_{III} 值都比静态裂纹的该值大并且裂纹扩展速度越快, τ_{yz}/K'_{III} 值越大;在 -180° 到 -120° 与 120° 到 180° 之间,任何以常速扩展裂纹的 τ_{yz}/K'_{III} 值都比静态裂纹的该值小并且裂纹扩展速度越快, τ_{yz}/K'_{III} 值越小。 M 为0.9时,最大值发生在 $\theta = \pm 60^\circ$; M 为0.0、0.3和0.6时,最大值发生在 $\theta = 0^\circ$ 。

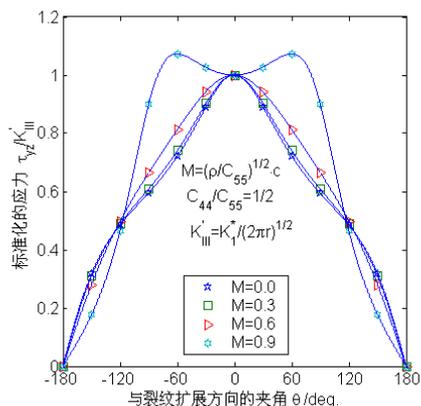


图2 裂纹尖端附近 τ_{yz}/K'_{III} 随裂纹扩展速度的变化

Fig.2 Variations of τ_{yz}/K'_{III} with the velocities of crack propagation around the crack tip

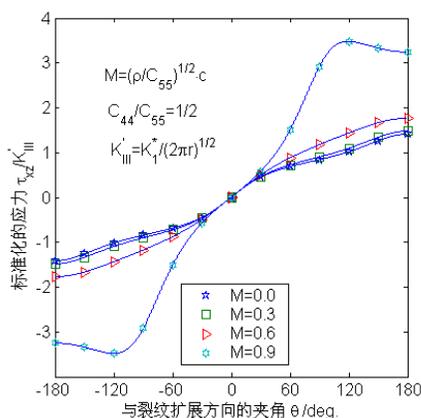


图3 裂纹尖端附近 τ_{xz}/K'_{III} 随裂纹扩展速度的变化

Fig.3 Variations of τ_{xz}/K'_{III} with the velocities of crack propagation around the crack tip

图3为裂纹尖端附近标准化的剪应力 τ_{xz}/K'_{III} 和 M 之间的关系。可以看出,裂纹扩展速度越快,

τ_{xz}/K'_{III} 值越大。 M 为0.9时,最大值发生在 $\theta = \pm 120^\circ$; M 为0.0、0.3和0.6时,最大值发生在 $\theta = \pm 180^\circ$ 。

图4为裂纹尖端附近标准化的位移 w/K'_{III} 和 M 之间的关系。可以看出,裂纹扩展速度越快, w/K'_{III} 值越大。并且无论 M 为0.9还是 M 为0.0、0.3和0.6时,最大值都发生在 $\theta = \pm 180^\circ$ 。

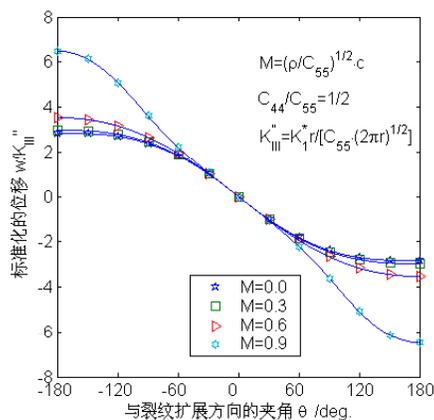


图4 裂纹尖端附近 w/K'_{III} 随裂纹扩展速度的变化

Fig.4 Variations of w/K'_{III} with the velocities of crack propagation around the crack tip

5 结论

正交异性体 III 型动态裂纹尖端附近的应力场和位移场可以用裂纹尖端附近的动态应力强度因子方便地表示,结果表明,裂纹扩展速度直接影响着裂纹尖端附近应力场和位移场的分布,但是对于裂纹尖端角度的变化趋势是一致的。本文的结果可以退化为各向同性材料的静态裂纹问题,其表达式与众所周知的结果相一致。

参考文献:

- [1] 陈永刚, 张少琴. 保角映射方法在复合材料断裂分析中的应用[J]. 太原重型机械学院学报, 2001, 22(2): 97-101.
Chen Yonggang, Zhang Shaoqin. Fracture analysis of orthotropic composite plate by conformal mapping method [J]. Journal of Taiyuan Heavy Machinery Institute, 2001, 22(2): 97-101. (in Chinese)
- [2] Kassir M K, Bandyopadhyay K K. Impact response of a cracked orthotropic medium [J]. Journal of Applied Mechanics, 1983, 50: 630-636.
- [3] Kuo Y. Transient stress intensity factors of an interface crack between two dissimilar anisotropic half-spaces. Part.1. Orthotropic materials [J]. Journal of Applied Mechanics, 1984, 51: 71-76.

(参考文献[4]~[20]转第81页)

4 结论

板料弯曲回弹问题因回弹量大、预测精度低，一直是国内外学术界及工业界研究的重点。本文针对大曲率半径的回弹问题，建立了服从 Hill 屈服准则和指数强化材料模型的各向异性板料纯弯曲理论模型。并以 Numisheet'2002 无约束柱面弯曲回弹考题为例，通过与实验结果的对比表明，本文算法得到的回弹结果与实验值很接近，而采用线性强化模型以及 Von Mises 屈服准则时，计算精度较差，单轴应力指数强化模型预测的回弹量精度最差，由此看出屈服准则和强化模式的选取对预测板料回弹量具有重要影响，且前者相对后者更为敏感，由此表明屈服准则和强化模式的选取应符合材料的实际性质。而与有限元计算结果的对比表明，因采用显/隐式算法及壳单元模拟板料成形回弹过程所引起的误差，使得有限元预测板料弯曲回弹的精度较本文的理论模型预测板料弯曲回弹的精度低。

参考文献：

- [1] 钟志华. 薄板件冲压成形过程的计算机仿真[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1997.
Zhong Zhihua. The computer simulation of metal sheet stamping & forming progress [M]. Beijing: Beijing Science and Technology University Press, 1997. (in Chinese)
- [2] Johnson W, Yu T X. Springback after the biaxial elastic-plastic pure bending of a rectangular plate- [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1981, 23(11): 619~630.
- [3] Johnson W, Yu T X. On springback after the pure bending of beams and plates of elastic working-hardening materials- [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1981, 23(11): 687~695.
- [4] Nader Asnafi. Springback and fracture in V-die air bending of thick stainless steel sheets [J]. Materials and Design, 2000, 21(3): 217~236.
- [5] Thaweeapat Buranathiti, Jian Cao. An effective analytical model for springback prediction in straight flanging processes [J]. International Journal of Material and Product Technology, 2004, 21(1~3): 137~153.
- [6] Samuel M. Experiment and numerical prediction of springback of side wall curl in U-bendings of anisotropic sheet metals [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2000, 105(3): 382~393.
- [7] Chakrabarty J, Lee W B, Chan K C. An exact solution for the elastic/plastic bending of anisotropic sheet metal under conditions of plane strain [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2001, 43(8): 1871~1880.
- [8] Hill R. The mathematical theory of plasticity [M]. London: Oxford, 1950.
- [9] Dong-Yol Yang, Soo IK Oh. Numisheet 2002 [M]. Korea, 2002. 757~811.
- [10] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
Wang Xucheng, Shao Min. The basic principle of finite element method and numerical method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. (in Chinese)
- [4] Shindo Y, Higaki H, Nozaki H. Impact response of symmetric edge cracks in an orthotropic strip. [J]. JSME International Journal, Serial . 1991, 34(1): 7~12.
- [5] Rubio-Gonzalez C, Mason J J. Dynamic stress intensity factors at the tip of a uniformly loaded semi-infinite crack in an orthotropic material [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2000, 48(9): 899~925.
- [6] Chang Won Shul, Kang Yong Lee. Dynamic response of subsurface interface crack in multi-layered orthotropic half-space under anti-plane shear impact loading [J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38(20): 3563~3574.
- [7] Rubio-Gonzalez C, Mason J J. Dynamic stress intensity factor for a propagating semi-infinite crack in orthotropic materials [J]. International Journal of Engineering Science, 2001, 39(1): 15~38.
- [8] Brock L M. Interface crack extension at any constant speed in orthotropic or transversely isotropic Bimaterials- . General exact solutions [J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39(5): 1165~1182.
- [9] Brock L M, Hanson M T. Interface crack extension at any constant speed in orthotropic or transversely isotropic Bimaterials- . Two important examples [J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39(5): 1183~1198.
- [10] Baksi S. Das, Bera R K. Impact response of a cracked orthotropic medium-revisited [J]. International Journal of Engineering Science, 2003, 41(17): 2063~2079.
- [11] Achenbach J D, Bazant Z P. Elastodynamic near-tip stress and displacement fields for rapidly propagating crack in orthotropic materials [J]. Journal of Applied Mechanics, 1975, 42: 183~189.
- [12] Piva A, Viola E. Crack propagation in an orthotropic medium [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1988, 29: 535~548.
- [13] Viola E, Piva A, Radi E. Crack propagation in an orthotropic medium under general loading [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1990, 34: 1155~1174.
- [14] Malezhyk M P. Modeling of the stress-strain state near cracks in anisotropic linearly viscoelastic plates [J]. Materials Science, 2003, 39(2): 262~266.
- [15] Lalitha Chattopadhyay. Analytical solution for an orthotropic elastic plate containing cracks [J]. International Journal of Fracture, 2005, 134: 305~317.
- [16] Chen Jian, Soh A K, Liu Jinxi. Thermal fracture analysis of a functionally graded orthotropic strip with a crack [J]. International Journal of Mechanics and Materials in Design, 2004, 1(2): 131~141.
- [17] Kirilyuk V. The stress state of an elastic orthotropic medium with a penny-shaped crack [J]. International Applied Mechanics, 2004, 40(12): 1371~1377.
- [18] Rizza R. A note on the impact response of a cracked orthotropic material [J]. International Journal of Fracture, 2003, 124: 119~126.
- [19] Lee Kwang-Ho, Hawong Jai-Sug, Choi Sun-Ho. Dynamic stress intensity factors K_I K_{II} and dynamic crack propagation characteristics of orthotropic material [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1996, 53(1): 119~140.
- [20] Tada H, Paris P C, Irwin G R. The stress analysis of cracks handbook [M]. Hellertown: Del Research Corp, 1973.

(上接第 72 页)