文章编号：1000-4750(2002)06-049-05

粘弹性圆柱壳在轴向恒压下的动力稳定性

彭　凡，傅衣铭

(湖南大学工程力学系，湖南 长沙 410082)

摘　要：基于 Timoshenko-Mindlin 假设，得到考虑粘弹性的各向同性圆柱壳及纤维增强正交铺设层合圆柱壳在轴向恒压下的动力学方程。文中对两端简支的圆柱壳进行了分析，依 Laplace 变换，导出动力稳定的特征方程，由 Routh-Hurwitz 判据建立动力稳定性条件，对两类圆柱壳讨论了横向剪切变形的影响。

关键词：圆柱壳；粘弹性；轴向恒压；动力稳定性；横向剪切变形

中图分类号：O345　　**文献标识码**：A

1 引言

由于其松驰特性，粘弹性板、壳结构的动力稳定临界荷载较线弹性情形有显著改变，这种现象已引起人们的重视。基于 kirchhoff 假设，Drozdov[1] 利用 Lyapunov 泛函给出了各向同性粘弹性柱壳的稳定性的充分条件，丁睿[2]综合利用动力学的经典方法，得到了各向同性粘弹性柱壳的若干动力学特性。Chandiramani[3]建立了纤维增强板的一种高阶剪切变形理论，由此分析了两对边恒压下的动力稳定性。本文基于 Timoshenko-Mindlin 一阶剪切变形理论，研究了各向同性粘弹性圆柱壳与纤维增强正交铺设层合粘弹性圆柱壳在轴向恒压下的动力稳定性。

2 基本方程

2.1 几何方程

圆柱壳的尺寸参数 R, L, h 分别表示壳的中曲面半径、长度和厚度。基于 Timoshenko-Mindlin 假设，壳上任一点沿 x, y, z 的位移分量为

$$u(x,y,z,t) = u^0(x,y,t) + zj_x(x,y,t)$$
$$v(x,y,z,t) = v^0(x,y,t) + zj_y(x,y,t)$$
$$w(x,y,z,t) = w(x,y,t)$$

式中 t 为时间变量，u^0, v^0 和 w 为中曲面上的位移分量，j_x 和 j_y 分别为中曲面法线在 x, y 方向的转角。而壳上任一点的应变为

$$e_x = e_x^0 + zj_{x,x}，\ e_y = e_y^0 + zj_{y,y}，$$
$$g_{xy} = g_{xy}^0 + z(j_{x,y} + j_{y,x})，\ g_{yz} = w_{,y} + j_y；$$
$$g_{xz} = w_{,x} + j_x$$

式中 e_x^0, e_y^0 和 g_{xy}^0 为中曲面上的应变。

2.2 物理方程

对各向同性粘弹性固体，考虑泊松比 $m(t) = m_0 =$ 常数，则平面应力下的 Boltzmanna 积分型本构关系为

$$\left.\begin{aligned}
s_x &= \frac{E_0}{1-m_0^2}[\int_0^t \hat{D}(t-t)\mathrm{d}e_x(t) \\
&\quad + m_0\int_0^t \hat{D}(t-t)\mathrm{d}e_y(t)] \\
s_y &= \frac{E_0}{1-m_0^2}[m_0\int_0^t \hat{D}(t-t)\mathrm{d}e_x(p) \\
&\quad + \int_0^t \hat{D}(t-t)\mathrm{d}e_y(t)] \\
t_{xy} &= \frac{E_0}{2(1+m_0)}\int_0^t \hat{D}(t-l)\mathrm{d}g_{xy}(t) \\
t_{yz} &= \frac{E_0}{2(1+m_0)}\int_0^t \hat{D}(t-l)\mathrm{d}g_{yz}(t) \\
t_{xz} &= \frac{E_0}{2(1+m_0)}\int_0^t \hat{D}(t-l)\mathrm{d}g_{xz}(t)
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中 E_0 是弹性模量，$\hat{D}(t)$ 是松驰函数，且 $\hat{D}(0) = 1.0$。

———————————————

收稿日期：2001-05-03；修改日期：2001-11-20

作者简介：彭　凡(1963)，男，长沙人，副教授，博士生，主要从事结构力学研究
傅衣铭(1945)，男，湘潭人，教授，博士生导师，主要从事结构非线性力学研究

对纤维增强层合板壳，单向层片的本构关系可由纤维为弹性，而基体表现为粘弹性这一简化模型来得到[3]，设单向层片的纤维取向为 x_1 轴，与纤维垂直的轴为 x_2 和 x_3 轴。当正交铺设时，进一步简化为只考虑剪切变形的粘弹性[4]，即对典型 k 层

$$\left.\begin{aligned} s_{11}^{(k)} &= E_{11}e_{11} + E_{12}e_{12} \\ s_{22}^{(k)} &= E_{12}e_{11} + E_{22}e_{12} \\ t_{12}^{(k)} &= G_{12}^{(0)}\int_0^t \hat{D}_{12}(t-t)\mathrm{d}g_{12}(t) \\ t_{23}^{(k)} &= G_{23}^{(0)}\int_0^t \hat{D}_{23}(t-t)\mathrm{d}g_{23}(t) \\ t_{13}^{(k)} &= G_{13}^{(0)}\int_0^t \hat{D}_{13}(t-t)\mathrm{d}g_{13}(t) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

若 E_1 和 E_2 分别是与纤维相平行和相垂直方向的弹性模量，m_{12} 和 m_{21} 是与之相对应的横向变形系数，有 $E_1 m_{21} = E_2 m_{12}$，则式(2)中 $E_{11} = E_1/(1-m_{12}m_{21})$，$E_{22} = E_2/(1-m_{12}m_{21}),\ E_{12} = m_{21}E_1/(1-m_{12}m_{21})$ 并有 $G_{12}^{(0)}, G_{23}^{(0)}$ 及 $G_{13}^{(0)}$ 分别为面内和厚度方向的剪切弹性模量，$\hat{D}_{12}(t), \hat{D}_{23}(t)$, 及 $\hat{D}_{13}(t)$, 为对应的松驰函数，且 $\hat{D}_{12}(0) = \hat{D}_{23}(0) = \hat{D}_{13}(0) = 1.0$。

圆柱壳内的薄膜力、弯矩及横向剪力为:

$$[N_x, N_y, N_{xy}] = \int_{-h/2}^{h/2} [s_x, s_y, t_{xy}]\mathrm{d}z;$$

$$[M_x, M_y, M_{xy}] = \int_{-h/2}^{h/2} [s_x, s_y, t_{xy}]z\mathrm{d}z;$$

$$[Q_x, Q_y] = \int_{-h/2}^{h/2} [t_{xz}, t_{yz}]\mathrm{d}z.$$

2.3 动力学控制方程

在 DMV 的扁壳假设下，略去面内惯性力的影响，圆柱壳在轴向恒压 p 下的动力学方程为

$$\left.\begin{aligned} & N_{x,x} + N_{xy,y} = 0 \qquad N_{xy,x} + N_{y,y} = 0 \\ & M_{x,x} + M_{xy,y} - Q_x = d_A I_x \ddot{j}_x \\ & M_{xy,x} + M_{y,y} - Q_y = d_A I_y \ddot{j}_y \\ & M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} - N_y R^{-1} - pw_{,xx} \\ & \quad = rh\ddot{w} + d_A(I_x \ddot{j}_{x,x} + I_y \ddot{j}_{y,y}) \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

式中 I_x 和 I_y 分别为关于 x 和 y 轴的截面二阶矩, r 为壳的质量密度。$d_A = 1,0$ 为跟踪系数，表示转动惯性效应被考虑或忽略，$\ddot{j}_x, \ddot{j}_y, \ddot{j}_{x,x}, \ddot{j}_{y,y}, \ddot{w}$ 分别表示其对时间的二阶偏导数。变形协调方程为

$$e_{x,yy}^0 + e_{y,xx}^0 - g_{xy,xy}^0 = R^{-1}w_{,yy} \tag{4}$$

引入应力函数 $F(x,y,t)$，且有

$$[N_x, N_y, N_{xy}] = [F_{,yy}, F_{,xx}, -F_{,xy}]$$

对各向同性圆柱壳，动力学方程可导出为

$$\left.\begin{aligned} & D(I+\hat{g})\left(j_{x,xx} + \frac{1-n_0}{2}j_{x,yy} + \frac{1+n_0}{2}j_{y,xy}\right) \\ & \quad - A(I+\hat{g})(f_x + w_{,x}) = d_A I_x \ddot{j}_x \\ & D(I+\hat{g})\left(j_{y,yy} + \frac{1-n_0}{2}j_{y,xx} + \frac{1+n_0}{2}j_{x,xy}\right) \\ & \quad - A(I+\hat{g})(f_y + w_{,y}) = d_A I_y \ddot{j}_y \\ & D(I+\hat{g})(j_{x,xxx} + j_{x,xyy} + j_{y,xxy} + j_{y,yyy}) - R^{-1}F_{,xx} \\ & \quad - pw_{,xx} = rh\ddot{w} + d_A(I_x \ddot{j}_{x,x} + I_y \ddot{j}_{y,y}) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

式中 $D = E_0 h^3/12(1-m_0^2)$, I 为单位恒等算子, $\hat{g}$ 为松驰算子，$\hat{g}e = \int_0^t \dot{\hat{D}}(t-t)e(t)\mathrm{d}t$。

$A = E_0 h w^{-1}(1+m_0)^{-1} f_s^{-1}$，其中 f_s 为横向剪切修正系数。由(3)中第一、二式分别对 x 和 y 求偏导后再相加，利用(4)式及薄膜力与中面应变的关系可得到变化后的相容方程。

$$R^{-1}E_0 h(I+\hat{g})w_{,xx} = D^2 F \tag{6}$$

(5)与(6)式为各向同性粘弹性圆柱壳的控制方程。

对纤维增强正交对称铺设层合圆柱壳，动力学方程为

$$\left.\begin{aligned} & -A_{55}(I + a_{51}\hat{g}_2 + a_{52}\hat{g}_3)(j_x + w_{,x}) + D_{11}j_{x,xx} \\ & \quad + D_{12}j_{y,xy} + D_{66}(I+\hat{g}_1)(j_{x,yy} + j_{y,xy}) = d_A I_x \ddot{j}_x \\ & -A_{44}(I + a_{41}\hat{g}_2 + a_{42}\hat{g}_3)(j_y + w_{,y}) + D_{12}j_{x,xy} \\ & \quad + D_{22}j_{y,yy} + D_{66}(I+\hat{g}_1)(j_{x,xy} + j_{y,xx}) = d_A I_y \ddot{j}_y \\ & D_{11}j_{x,xxx} + [D_{12} + 2D_{66}(I+\hat{g}_1)](j_{x,xyy} + j_{y,xxy}) \\ & \quad + D_{22}j_{y,yyy} - R^{-1}F_{,xx} - pw_{,xx} \\ & \qquad = rh\ddot{w} + d_A(I_x \ddot{j}_{x,x} + I_y \ddot{j}_{y,y}) \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

式中 D_{11}, D_{12} 和 D_{66} 的意义见文献[5]，引用横向剪应力沿壳体厚度作抛物线分布假定后得 A_{55}, A_{44} 及 $a_{51}, a_{52}, a_{41}, a_{42}$[5]. $\hat{g}_1$，$\hat{g}_2$ 和 $\hat{g}_3$ 为松驰算子，且有 $\hat{g}_1 e = \int_0^t \dot{\hat{D}}_{12}(t-t)e(t)\mathrm{d}t$，$\hat{g}_2 e = \int \dot{\hat{D}}_{13}(t-t)e(t)\mathrm{d}t$，$\hat{g}_3 e = \int_0^t \dot{\hat{D}}_{23}(t-t)e(t)\mathrm{d}t$。由薄膜力与中面应变的关系及式(4)，可导出变形协调方程

$$\begin{aligned} & A_{66}(I+\hat{g}_1)(a_{11}F_{,yyyy} + 2a_{12}F_{,xxyy} + a_{22}F_{,xxxx}) \\ & \quad + F_{,xxyy} = R^{-1}A_{66}(I+\hat{g}_1)w_{,xx} \end{aligned} \tag{8}$$

式中 A_{66}、a_{11}、a_{12} 及 a_{13} 的意义见文[5]。(7)式与(8)式成为纤维增强正交对称铺设层合圆柱壳的控制方程。

3 动力稳定的特征方程及渐近稳定

的条件

考虑两端简支、轴向均匀受恒压的圆柱壳，其边界条件为

$$w(0,y,t)=w(L,y,t)=M_x(0,y,t)=M_x(L,y,t)=0$$

位移在圆柱壳环向的单值条件为

$$w(x,y+2pR,t)=w(x,y,t),\ j_x(x,y+2pR,t)=j_x(x,y,t)$$
$$j_y(x,y+2pR,t)=j_y(x,y,t)$$

设位移函数及应力函数为

$$\left.\begin{aligned}
j_x&=\sum_{m,n=1}^{\infty} f_{mn}^{(1)}(t)\cos(\frac{mpx}{L})\sin(\frac{ny}{R})\\
j_y&=\sum_{m,n=1}^{\infty} f_{mn}^{(2)}(t)\sin(\frac{mpx}{L})\cos(\frac{ny}{R})\\
w&=\sum_{m,n=1}^{\infty} f_{mn}^{(3)}\sin(\frac{mpx}{L})\sin(\frac{ny}{R})\\
F&=\sum_{m,n=1}^{\infty} f_{mn}^{(4)}\sin(\frac{mpx}{L})\sin(\frac{ny}{R})
\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

上式自然满足边界条件及位移单值条件。将式(9)代入式(5)、(6)后对时间 t 作 Laplace 变换，并由变换后的(6)式代入(5)式中的第三式，整理后可得到下式

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13}\\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23}\\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar f_{mn}^{(1)}\\ \bar f_{mn}^{(2)}\\ \bar f_{mn}^{(3)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} T_{mn}^{(1)}(sf_{mn}^{(1)}(0)+\dot f_{mn}^{(1)}(0))\\ T_{mn}^{(2)}(sf_{mn}^{(2)}(0)+\dot f_{mn}^{(2)}(0))\\ T_{mn}^{(3)}(sf_{mn}^{(3)}(0)+\dot f_{mn}^{(3)}(0))\end{bmatrix}\tag{10}$$

式中，$Z_{ij}(i,j=1,2,3)$ 及 $T_{mn}^{(i)}(i=1,2,3)$ 是拉氏变换参数 s 的代数多项式，其系数与 m,n，圆柱壳几何参数，材料常数及柱壳刚度系数有关，$\bar f_{mn}^{(i)}=L[f_{mn}^{(i)}(t)]$ $(i$=1,2,3)，$f_{mn}^{(i)}(0)$ 及 $\dot f_{mn}^{(i)}(0)$ 与运动的初始条件有关。同理，对纤维增强正交对称铺设层合圆柱壳也可由(9)式代入(7),(8)式得出相似的公式。

由式(10)可解出 $\bar f_{mn}^{(i)}$，并作 Laplce 逆变换，有

$$\begin{bmatrix} f_{mn}^{(1)}(t)\\ f_{mn}^{(2)}(t)\\ f_{mn}^{(3)}(t)\end{bmatrix}=L^{-1}\left\{\begin{bmatrix} G^{(1)}(s)\\ G^{(2)}(s)\\ G^{(3)}(s)\end{bmatrix}/D(s)\right\}\tag{11}$$

其中 $G^{(i)}(s)$ 与 $Z_{ij}(i,j=1,2,3)$ 及 $T_{mn}^{(i)}(i=1,2,3)$ 有关 $D(s)$ 为(10)式左边系数矩阵的行列式，$D(s)$ 也为 s 的多项式，它至少比 $G^{(i)}(s)(i=1,2,3)$ 多项式的次数高一阶。由此得到轴向均匀恒压下圆柱壳动力稳定的特征方程

$$D(s)=\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13}\\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23}\\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33}\end{vmatrix}=0\tag{12}$$

当代数方程(12)的根的实部小于零时，线性系统渐近稳定。可由 Routh-Hurwitz 判别建立动力稳定性条件，即对多项式 $\Delta(s)$ 的系数构成的矩阵，其各阶主子式为零。经数值计算得出 p 的临界值 p_c。

4 算例与讨论

4.1 各向同性粘弹性圆柱壳

材料简化为标准线性固体，即 $E(t)=a+be^{-ct}$，于是有 $E_0=a+b$，$\hat D(t)=\bar a+\bar b e^{-ct}$，其中 $\bar a=aE_0^{-1}$，$\bar b=bE_0^{-1}$。算例中取 $E_0=68.94\text{GPa}$，$\bar a=0.4$，$\bar b=0.6,\ m_0=0.33,\quad c=0.69\times10^{-5}$，时间 t 的单位为秒，质量密度 $r=2400\ \text{kg/m}^3$。临界荷载 p_c 与 $L/(2pR)$ 的关系列于表 1、2 中，表中同时给出了线弹性时的临界荷载及不考虑横向剪切变形的粘弹性时的临界荷载。m 与 n 是按 $L/(2pR)$ =3 时最小的线弹性临界荷载来确定。表 1 与表 2 分别对应于圆柱壳半径与厚度比 $R/h=50$ 与 $R/h=20$，可见对于薄壳，横向剪切变形效应对各向同性粘弹性圆柱壳的动力稳定临界荷载影响很小。

表 1 *R*/*h*=50 时各向同性粘弹性圆柱壳的临界载荷 p_c ($\times10^3$N/m)(*h*=5mm, *m*=25, *n*=6)

Table 1 The critical loads for isotropic viscoelastic cylindrical shell (*R*/*h*=50)

$L/(2pR)$	0.6	1.0	1.4	1.8	2.2	2.6	3.0	3.4	3.8
不考虑横向剪切效应的线弹性解	7.24	4.51	4.22	4.24	4.25	4.23	4.22	4.24	4.31
不考虑横向剪切效应的粘弹性解	2.90	1.80	1.69	1.70	1.70	1.70	1.69	1.70	1.73
考虑横向剪切效应的粘弹性解(d_A=1)	2.72	1.76	1.67	1.65	1.69	1.67	1.68	1.68	1.71

表 2　R/h=20 时各向同性粘弹性圆柱壳的临界载荷 p_c ($\times 10^3$N/m)(h=12mm,m=8,n=3)

Table 2　The critical loads for isotropic viscoelastic cylindrical shell (R/h=20)

$L/(2pR)$	0.6	1.0	1.4	1.8	2.2	2.6	3.0	3.4	3.8
不考虑横向剪切效应的线弹性解	26.36	29.93	31.15	29.83	28.04	26.79	26.35	26.76	27.92
不考虑横向剪切效应的粘弹性解	10.54	11.97	12.46	11.93	11.22	10.72	10.54	10.70	11.17
考虑横向剪切效应的粘弹性解(d_A=1)	10.26	11.54	12.27	11.66	10.94	10.50	10.49	10.62	10.92

4.2 纤维增强正交对称铺设层合圆柱壳

文[4]按 Aboudi 的胞元模型建立了纤维增强复合材料的粘弹性本构关系。据此，本文在算例中取(2)式中的 $E_{11}=104.05GPa$，$E_{12}=11.44GPa$，$E_{22}=3.31\text{GPa}, G_{12}^{(0)}=G_{13}^{(0)}=9.98\text{GPa}, G_{23}^{(0)}=8.74\text{GPa}$，$\hat{D}_{12}=\hat{D}_{13}=0.3+0.7e^{-(0.726\times10^{-5})t}$，$\hat{D}_{23}(t)=0.32+0.68e^{-(0.786\times10^{-5})t}$，质量密度 $r=980$ kg/m^3,铺层方式为 90°/0°/90°/0°/90°，共 $N=5$ 层与各向同性粘弹性情形的处理类似，表 3、4 给出了临界荷载 p_c 与 $L/(2pR)$ 的关系，可以看出，对纤维增强正交铺设层合圆柱壳，横向剪切变形对动力稳定的临界荷载影响较大，当 R/h 减小时，其影响愈显著。表 4 中最后两行分别为考虑转动惯性效应(d_A=1)与不考虑转动惯性效应(d_A=0)时 p_c 与 $L/(2pR)$ 的关系，可见两组结果非常接近。

表 3　R/h=50 时正交对称铺设层合圆柱壳的临界载荷 p_c ($\times 10^3$N/m)(h=10mm,m=17,n=4)

Table 3　The critical loads for cross-ply laminated viscoelastic cylindrical shell (R/h=50)

$L/(2pR)$	0.6	1.0	1.4	1.8	2.2	2.6	3.0	3.4	3.8
不考虑横向剪切效应的线弹性解	6.08	2.62	1.69	1.34	1.18	1.12	1.11	1.13	1.17
不考虑横向剪切效应的粘弹性解	5.75	2.23	1.28	0.91	0.76	0.69	0.68	0.71	0.76
考虑横向剪切效应的粘弹性解(d_A=1)	1.84	1.30	0.96	0.76	0.68	0.64	0.64	0.67	0.72

表 4　R/h=20 时正交对称铺设层合圆柱壳的临界载荷 p_c ($\times 10^3$N/m)(h=10mm,m=17,n=4)

Table 4　The critical loads for cross-ply laminated　viscoelastic cylindrical shell (R/h=20)

$L/(2pR)$	0.6	1.0	1.4	1.8	2.2	2.6	3.0	3.4	3.8
不考虑横向剪切效应的线弹性解	21.32	8.52	5.07	3.74	3.16	2.91	2.86	2.92	3.06
不考虑横向剪切效应的粘弹性解	20.72	.7.79	4.31	2.96	2.37	2.13	2.08	2.15	2.30
考虑横向剪切效应的粘弹性解(d_A=1)	3.20	2.18	1.95	1.76	1.66	1.65	1.69	1.79	1.95
考虑横向剪切效应的粘弹性解(d_A=0)	3.26	2.23	1.98	1.81	1.70	1.68	1.72	1.84	1.99

5　结束语

本文基于 Timoshenko-Mindlin 理论，分析了两端简支且轴向受恒压的两类粘弹性圆柱壳的动力稳定性。对基本方程作 Laplace 变换，导出动力稳定的特征方程,由 Routh-Hurwitz 判别建立渐近稳定的条件。算例表明：对各向同性粘弹性薄圆柱壳，横向剪切变形的影响很小，但对纤维增强正交铺设层合圆柱壳，横向剪切变形的影响较大。转动惯性效应的影响可以忽略。

参考文献：

[1]　Drozdov A. Stability of viscoelastic shell under periodic and stochastic loading[J]. Mech Res Commun, 1993, 20(6):481-486.

[2]　丁睿，朱正佑，程昌钧．粘弹性柱壳的若干动力学性质[J]．应用数学和力学，1999, 20(3):221-228.
Ding Rui, Zhu Zhengyou, Cheng Changjun. Some dynamical properties of a viscoelastic cylindrical shell[J]. Applied mathematics and mechanics,1999,20(3):221-228.

[3]　Chandiramani N. K. Librescu L, The theory of orthotropic viscoelastic shear deformable composite flat panels and their dynamic stability[J], Int. J. Solids structures, 1989, 25(5):465-482.

[4]　王颖坚，王震鸣．正交铺设层合圆柱曲板的蠕变失

稳[J]. 应用数学与力学, 1993, 14(4):295-300.
Wang Yingjian, Wang Zhengming. Creep stability of cross-ply laminated cylindrical plates [J]. .Applied mathematics and mechanics,1993,14(3): 295-300.
[5] 罗祖道, 王震鸣. 复合材料力学进展[M]. 北京：北京大学出版社，1992.
Luo Zudao,Wang Zhengming. The progress on mechanics of composite materials[M]. Beijing:Peking University Press,1992.

THE DYNAMIC STABILITY OF VISCOELASTIC CYLINDRICAL SHELL UNDER AXIAL CONSTANT LOAD

PENG Fan , FU Yi-ming

(Dept. Of Eng. Mechanics, Hunan University, Changsha, 410082, P.R, China)

Abstract: The dynamic stability is studied for isotropic viscoelastic cylindrical shell and symmetrically cross-ply laminated viscoelastic cylindrical shell under constant axial loading. The basic equations are established based on Timoshenko-Mindlin theory, the characteristics equation are derived by Laplace transformation for those two kinds of cylindrical shells with two simply supported ends. The stability condition applied in the calculation of critical loads is determined through Routh-Hurwitz theorem. In the numerical examples, critical loads are reduced due to the relaxation feature of the materials and greater effects of transverse shearable deformation on the critical loads are observed in symmetrically cross-ply laminated viscoelastic cylindrical shell than in isotropic viscoelastic cylindrical shell. The influence of rotary inertia is rather small and can be ignored.

Key words: cylindrical shell; viscoelasticity; axial constant load; dynamic stability; transverse shear deformation