文章编号：1000-4750(2002)05-058-05

脱层复合材料梁的多参数振动反分析

罗松南[1,2]，傅衣铭[2]，曹志远[1]

(1. 同济大学工程力学与技术系，固体力学教育部重点实验室，上海 200092；2. 湖南大学工程力学系，长沙 410082)

摘　要：本文研究了具任意脱层复合材料梁的多参数振动反分析。基于弹性理论建立了考虑横向剪切变形时复合材料脱层梁的基本方程式。对脱层梁进行了分区处理，方便地描述了脱层长度、脱层位置。利用边界条件、区间位移连续性条件和弯矩剪力平衡条件建立了反分析的特征方程式。由系统的特征方程式求出主要参数的初值，采用逐步搜索的方法，利用一阶振型振幅比值之方差为最小，求出其余待定参数。为工程无损检测提供理论依据。

关键词：脱层；复合材料梁；多参数；振动反分析

中图分类号：O327　　**文献标识码**：A

1　引言

梁是工程结构中应用最多的基本构件之一，具脱层复合材料结构的动力特性的研究越来越引起学者们的重视。Wang J Y S et al [1982][1]研究了分裂梁自由振动问题。得出了短脱层对梁的固有频率并没有明显的影响，并与实验结论一致。此后 Yin W L 和 Jane K C (1992)[2]研究了屈曲状态下具对称脱层梁-板的振动，给出了轴力和脱层长度对梁的固有频率的影响；Chang T P 和 Liang J Y (1998)[3]又研究了后屈曲对称脱层梁-板的振动问题，给出了不同轴力下和不同脱层长度的结构的固有频率。这些正问题的研究都是在对称脱层或薄层脱层的假设下进行的。罗松南等(2000)[4]研究了具任意脱层复合材料梁的振动问题，得出了不同脱层位置，不同脱层长度对脱层梁振动固有频率的影响规律。

由于脱层存在于结构内部，因此，脱层位置、脱层长度的确定成为研究的首要问题，只有这样，才能为正问题的研究提供准确的脱层参数，但目前国内、外未见有这方面的研究报道。传统的研究是从波的传播问题入手[5,6]，但由于复合材料的各向异性以及层合结构的界面作用，波的传播理论的较好应用在这里受到了一定的限制。还有文献[7,8]利用模态分析的方法对含裂纹(横向裂纹)的各向同性梁的动力问题进行了分析。

本文利用模态分析方法研究具任意脱层复合材料梁的多参数振动反问题，在已知一阶固有频率和振型的情况下，利用边界条件和连续性条件以及内力平衡条件，建立待定参数(包括脱层长度和脱层位置等所有待定参数)的特征方程，由此特征方程求出主要待定参数的初值，采用逐步搜索的方法，利用一阶振型振幅比值的已知值与搜索计算值的方差为最小求出其余待定参数。为脱层的无损检测提供理论依据。

2　基本方程式

考虑如图 1 所示具有一个任意位置脱层的梁，由于脱层的存在，将梁分为四个区，分别记为：Ⅰ，Ⅱ，III，Ⅳ区，设整个梁高为 h，Ⅱ区高为 h_2，III 区高为 h_3，梁的宽度为 1。t_1^i, t_2^i (上标“i”表示分区号，且 $i=$ Ⅰ，Ⅱ，III，Ⅳ，以下相同)分别表示 i 区的中面离该部分梁的上、下表面的距离。

设中面位移为：$u^0(x,t), w^0(x,t)$

法线转角为：$f(x,t)$

则梁内任一点的位移可表示为

收稿日期：2001-01-15；修改日期：2001-04-08
基金项目：国家自然科学基金资助项目(198720224)
作者简介：罗松南(1956)，男，湖南洞口人，教授，博士，从事结构非线性动力学研究
傅衣铭(1945)，男，湖南湘潭人，教授，博士生导师，从事结构非线性动力学研究
曹志远(1938)，男，浙江湖州人，教授，博士生导师，从事计算固体力学研究

$$u(x,z,t)=u^0(x,t)-z\phi(x,t)$$
$$w(x,z,t)=w^0(x,t) \tag{1}$$

考虑几何方程式，本构方程式及平衡方程式，得到用 w 和 ϕ 表示的运动方程式为：

$$-A_3(w_{,xx}-\phi_{,x})+Nw_{,xx}+\rho A\ddot{w}=0$$
$$A_3(w_{,xx}-\phi)+D_1\phi_{,xx}+\frac{\rho Ah^2}{12}\ddot{\phi}=0 \tag{2}$$

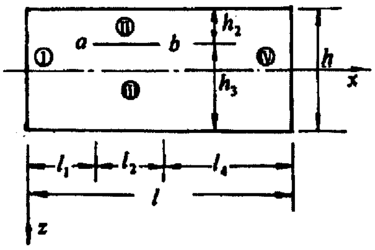

图 1 分析模型

Fig.1 Model of analysis

其中 A_3,D_1 为与材料常数及截面几何参数有关的积分常数，ρ 为材料密度，A 为横截面面积。令：

$$\xi^i=x^i/l^i,W^i=w^i/h,\Phi^i=\phi^i/\beta^i,$$
$$\alpha=h/l,\beta^i=h/l^i,k^i=l^i/l,s^i=h^i/h,$$
$$\tau=t\sqrt{\frac{D_1^I}{\rho Al^3h}},C^i=A_3^il^3/(D_1^I.h),$$
$$D^i=D_1^i/D_1^I,E^i=A_1^il^3/(D_1^I.h),$$
$$\overline{N}^i=N^il^3/(D_1^{\mathrm{I}}.h),\lambda^i=\overline{N}^i/\overline{N},$$
$$\overline{Q}^i=Q^il^3/(D_1^{\mathrm{I}}.h),\overline{M}^i=M^il^2/(D_1^I.h) \tag{3}$$

这里，ξ^i 为局部座标，k^I 表示脱层在 x 轴上的位置，k^{II} 或 k^{III} 表示脱层的长度，s^{II} 表示脱层在 z 轴上的位置；C^i 为无量纲剪切刚度，D^i 为无量纲弯曲刚度，E^i 为无量纲拉压刚度。

将(3)式代入(2)式，并应用于每一分区，有：

$$-C^i\beta^{i2}(W^i_{,\xi\xi}-\Phi^i_{,\xi})+\beta^{i2}\lambda^i\overline{N}W^i_{,\xi\xi}+\ddot{W}^i=0$$
$$12C^i(W^i_{,\xi}-\Phi^i)+12\frac{D^i}{\alpha k^{i2}}\Phi^i_{,\xi\xi}+\ddot{\Phi}^i=0 \tag{4}$$

边界条件为：

$\xi^{\mathrm{I}}=0$ 处，已知 W^{I} 或 $\overline{Q}^{\mathrm{I}}+\beta^{\mathrm{I}}\overline{N}^{\mathrm{I}}W^{\mathrm{I}}_{,\xi},\Phi^{\mathrm{I}}$ 或 $\overline{M}^{\mathrm{I}}$

$\xi^{\mathrm{IV}}=1$ 处，已知

$$W^{\mathrm{IV}}\text{ 或 }\overline{Q}^{\mathrm{IV}}+\beta^{\mathrm{IV}}\overline{N}^{\mathrm{IV}}W^{\mathrm{IV}}_{,\xi},\Phi^{\mathrm{IV}}\text{ 或 }\overline{M}^{\mathrm{IV}} \tag{5}$$

位移连续性条件为：

在脱层的左截面上：

$$W^{\mathrm{I}}=W^{\mathrm{II}},\beta^{\mathrm{I}}\Phi^{\mathrm{I}}=\beta^{\mathrm{II}}\Phi^{\mathrm{II}}$$
$$W^{\mathrm{I}}=W^{\mathrm{III}},\beta^{\mathrm{I}}\Phi^{\mathrm{I}}=\beta^{\mathrm{III}}\Phi^{\mathrm{III}}$$

在脱层的右截面上：

$$W^{\mathrm{IV}}=W^{\mathrm{II}},\beta^{\mathrm{IV}}\Phi^{\mathrm{IV}}=\beta^{\mathrm{II}}\Phi^{\mathrm{II}}$$
$$W^{\mathrm{IV}}=W^{\mathrm{III}},\beta^{\mathrm{IV}}\Phi^{\mathrm{IV}}=\beta^{\mathrm{III}}\Phi^{\mathrm{III}} \tag{6}$$

内力平衡条件为：

在脱层的左截面上：

$$\frac{\beta^{\mathrm{I}}D^{\mathrm{I}}}{k^{\mathrm{I}}}\Phi^{\mathrm{I}}_{,\xi}=\frac{\beta^{\mathrm{II}}D^{\mathrm{II}}}{k^{\mathrm{II}}}\Phi^{\mathrm{II}}_{,\xi}+\frac{\beta^{\mathrm{III}}D^{\mathrm{III}}}{k^{\mathrm{III}}}\Phi^{\mathrm{III}}_{,\xi}$$
$$C^{\mathrm{I}}\beta^{\mathrm{I}}(W^{\mathrm{I}}_{,\xi}-\Phi^{\mathrm{I}}) \tag{7}$$
$$=C^{\mathrm{II}}\beta^{\mathrm{II}}(W^{\mathrm{II}}_{,\xi}-\Phi^{\mathrm{II}})+C^{\mathrm{III}}\beta^{\mathrm{III}}(W^{\mathrm{III}}_{,\xi}-\Phi^{\mathrm{III}})$$

在脱层的右截面上：

$$\frac{\beta^{\mathrm{IV}}D^{\mathrm{IV}}}{k^{\mathrm{IV}}}\Phi^{\mathrm{IV}}_{,\xi}=\frac{\beta^{\mathrm{II}}D^{\mathrm{II}}}{k^{\mathrm{II}}}\Phi^{\mathrm{II}}_{,\xi}+\frac{\beta^{\mathrm{III}}D^{\mathrm{III}}}{k^{\mathrm{III}}}\Phi^{\mathrm{III}}_{,\xi}$$
$$C^{\mathrm{IV}}\beta^{\mathrm{IV}}(W^{\mathrm{IV}}_{,\xi}-\Phi^{\mathrm{IV}})$$
$$=C^{\mathrm{II}}\beta^{\mathrm{II}}(W^{\mathrm{II}}_{,\xi}-\Phi^{\mathrm{II}})+C^{\mathrm{III}}\beta^{\mathrm{III}}(W^{\mathrm{III}}_{,\xi}-\Phi^{\mathrm{III}})$$

3 反分析求解的特征方程式

在(4)式中，设

$$W^i(\xi^i,\tau)=e^{j\omega\tau}Y^i(\xi^i),\quad \Phi^i(\xi^i,\tau)=e^{j\omega\tau}X^i(\xi^i) \tag{8}$$

其中 $j=\sqrt{-1}$，代入(4)式，有

$$-\beta^{i2}(C^i-\lambda^i\overline{N})Y^{i''}+\beta^{i2}C^iX^{i'}-\omega^2Y^i=0$$
$$12C^iY^{i'}-12C^iX^i+\frac{12D^i}{\alpha k^{i2}}X^{i''}-\omega^2X^i=0 \tag{9}$$

可求得：

$$Y^i(\xi^i)=d_1^i\cosh(\eta_1^i\xi^i)+d_2^i\sinh(\eta_1^i\xi^i)$$
$$+d_3^i\cos(\eta_2^i\xi^i)+d_4^i\sin(\eta_2^i\xi^i)$$
$$X^i(\xi^i)=(b_3^i\eta_1^i+b_4^i\eta_1^{i3}) \tag{10}$$
$$\cdot[d_1^i\sinh(\eta_1^i\xi^i)+d_2^i\cosh(\eta_1^i\xi^i)]$$
$$+(-b_3^i\eta_2^i+b_4^i\eta_2^{i3})[d_3^i\sin(\eta_2^i\xi^i)-d_4^i\cos(\eta_2^i\xi^i)]$$

其中 η_1^i,η_2^i 以及 b_1^i 至 b_4^i 为与(9)式中的系数有关的常数。(10)式为所要求的模态 $Y^i(\xi^i)$ 和 $X^i(\xi^i),d_1^i,d_2^i,d_3^i,d_4^i$ 为常数，这 16 个常数由齐次边界条件和连续性条件(5)至(7)式所构成的 16 个齐次方程式确定，将这 16 个齐次方程式写成矩阵形式为：

$$[\Delta]\{d\}=\{0\} \tag{11}$$

其中

$$\{d\}^T=[d_1^{\mathrm{I}},d_2^{\mathrm{I}},d_3^{\mathrm{I}},d_4^{\mathrm{I}},d_1^{\mathrm{II}},d_2^{\mathrm{II}},d_3^{\mathrm{II}},d_4^{\mathrm{II}},d_1^{\mathrm{III}},$$
$$d_2^{\mathrm{III}},d_3^{\mathrm{III}},d_4^{\mathrm{III}},d_1^{\mathrm{IV}},d_2^{\mathrm{IV}},d_3^{\mathrm{IV}},d_4^{\mathrm{IV}}]$$

$[\Delta]$ 为 $\{d\}$ 的系数矩阵，$\{d\}$ 为非零解的充要条件是系数矩阵 $[\Delta]$ 的行列式为零，即

$$\det[\Delta]=0 \tag{12}$$

(12)式为考虑剪切变形时，反分析求解的特征方程

式，同时也是正分析求解固有频率w的特征方程式，当w已知时，上述特征方程式的左边是$k^{\mathrm{I}}, k^{\mathrm{II}}$和$s^{\mathrm{II}}$这些待定参数的函数，当已知其中两个待定参数时，通过求解该特征方程，便可求得另一待定参数，这一求解方法，我们以后称为单参数反分析。由此确定的参数值再代回(11)式便可求出其特征向量$\{d\}$，通过(10)式便可得出振型函数。

4 多参数反分析求解及计算实例

本节所有算例所取的复合材料梁为两端夹支，五层正交铺设($0°/90°/0°/90°/0°$)的石墨-环氧层合梁，其每层的材料常数[9]为：$E_1 = 172.4\text{GPa}$，$E_2 = 7.79\text{GPa}$，$G_{12} = 5.3\text{GPa}$，$n_{12} = 0.21$

4.1 对称脱层的多参数反分析

设

$$k^{\mathrm{II}} = 0.2380,\ k^{\mathrm{I}} = k^{\mathrm{IV}} = 0.3810,$$

$$k^{\mathrm{III}} = 0.2380,\ s^{\mathrm{II}} = 0.2,\ s^{\mathrm{I}} = s^{\mathrm{IV}} = 1.0$$

由正分析可算得该梁的一阶固体频率为2.8247Hz，一阶振型梁上表面各点的振幅与跨中振幅之比值d_{ib}如表1

表1 一阶振型梁上表面各点的振幅之比值d_{ib}

Table 1 The ratio of amplitude at surface points of the beam in fundamental vibration mode

点号	位置(x/l)	振幅比值
1	0.1	0.10883
2	0.3	0.63384
3	0.5	1.0
4	0.7	0.63384
5	0.9	0.10883

根据已知的振幅的值可知，该脱层为对称脱层，则$k^{\mathrm{I}} = k^{\mathrm{IV}} = (1-k^{\mathrm{II}})/2$，将有限个$s^{\mathrm{II}}$的值代入，利用单参数反分析方法[10]，很容易求出对应于有限s^{II}的脱层长度k^{II}值。

当$s^{\mathrm{II}} = 0.2$时，由(12)式单参数反分析可求得$k^{\mathrm{II}} = 0.2380$，由(11)式和(10)式求得一阶振型梁上各点的振幅之比值与表1完全相同。

当s^{II}分别为0.4，0.6，0.8时，由(12)式单参数反分析可求得k^{II}值分别为0.4278，0.4278，0.2380，再由(11)式和(10)式求得一阶振型梁上各点的振幅之比值d_{ie}如表2。

表2 对称脱层下，取不同s^{II}值一阶振型梁上表面各点振幅之比值d_{ie}

Table 2 The ratio d_{ie} of amplitude at surface points of the beam with symmetric delamination and different s^{II} in fundamental vibration mode

点号	位置(x/l)	振幅之比值d_{ie}		
		$s^{\mathrm{II}} = 0.4$	$s^{\mathrm{II}} = 0.6$	$s^{\mathrm{II}} = 0.8$
1	0.1	0.14235	0.14024	0.14335
2	0.3	0.74628	0.73767	0.77436
3	0.5	1.0	1.0	1.0
4	0.7	0.74628	0.73767	0.77436
5	0.9	0.14235	0.14024	0.14335

比较可知，$k^{\mathrm{II}} = 0.2380$，$k^{\mathrm{I}} = \dfrac{1-k^{\mathrm{II}}}{2} = 0.3810$，$s^{\mathrm{II}} = 0.2$为所求。

4.2 非对称脱层的多参数反分析

设$k^{\mathrm{I}} = 0.3250$，$k^{\mathrm{II}} = k^{\mathrm{III}} = 0.2380$，$S^{\mathrm{II}} = 0.2$，由正分析可算得该梁的一阶固有频率为2.8356Hz，一阶振型梁上表面各点的振幅与跨中振幅之比值d_{ib}如表3。

表3 非对称脱层下，取不同的s^{II}值，一阶振型梁上表面各点的振幅之比值d_{ib}

Table 3 The ratio d_{ib} of amplitude at surface points of the beam with nonsymmetrical delamination and different s^{II} in fundamental vibration mode

点号	位置(x/l)	振幅之比值d_{ib}
1	0.1	0.10968
2	0.3	0.69396
3	0.5	1.0
4	0.7	0.60423
5	0.9	0.10787

根据已知振幅之比值可知，该脱层肯定为非对称脱层，此时按下列搜索步骤进行：

1) 首先假设为对称脱层，将有限个s^{II}值代入，利用单参数反分析方法，求出有限个k^{II}值作为初值。由此分别求出$k^{\mathrm{I}} = (1-k^{\mathrm{II}})/2$，作为$k^{\mathrm{I}}$的初值。

2) 若第2点的振幅之比值大于第4点的振幅之比值，设$k_n^{\mathrm{I}} = k_{n-1}^{\mathrm{I}} - Dk^{\mathrm{I}}$，其中$Dk^{\mathrm{I}}$为搜索步长；反之取$k_n^{\mathrm{I}} = k_{n-1}^{\mathrm{I}} + Dk^{\mathrm{I}}$进行搜索。$Dk^{\mathrm{I}}$的取法按精度要求逐渐减小。

3) 将s^{II}有限个离散值代入，对每一步的

$k_i^{\mathrm{I}}(i=1,\cdots,n)$ 由特征方程(12)式求出对应于 k_i^{I} 和 s^{II} 的 k^{II} 值。

4) 根据每一步的 $k^{\mathrm{I}}, k^{\mathrm{II}}$ 和 s^{II}，可根据(11)式和(10)式求出梁上表面各点的振幅与本步跨中振幅之比值 d_{ie}，使

$$d=\sqrt{\sum_{i=1}^{m}(d_{ib}-d_{ie})^2} \tag{13}$$

为最小时，对应的 $k^{\mathrm{I}}, k^{\mathrm{II}}$ 和 s^{II} 为所求。其中 m 为已知梁上表面振幅之比值的点数。

在本节的具体算例中，先假设为对称脱层，由第 1)步，得初值如表 4

表 4　不同 s^{II} 值，单参数反演的初值

Table 4 The initial value of one parametric inversion with different s^{II}

s^{II}	k^{I}	k^{II}
0.2	0.3806	0.2388
0.4	0.2872	0.4256
0.6	0.2872	0.4256
0.8	0.3806	0.2388

在所得初值的基础上，取不同的 s^{II} 值，分别采用逐步搜索法。依次取 $\Delta k^{\mathrm{I}}=0.1, 0.01, 0.001, 0.0001$，由第 2)步至第 4)步，最后算得 $k^{\mathrm{I}}=0.3250$，$k^{\mathrm{II}}=0.2380$，$s^{\mathrm{II}}=0.2$ 时，d 值最小，其值为 1.2×10^{-8}；该计算精度已远小于有效数字的取值范围，程序中设计精度为 1.0×10^{-6} 搜索中止。因此，$k^{\mathrm{I}}=0.3250$，$k^{\mathrm{II}}=0.2380$，$s^{\mathrm{II}}=0.2$ 为所求，这与正分析假设的数据完全一致。

5　结论

利用特征方程式和振型综合分析，建立了无约束极值方程，采用逐步搜索的方法，可较方便地对脱层的多参数进行反演，可根据求解精度要求，设计反演的搜索步长。具有准确性和可行性。为工程的无损检测方法提供理论和分析依据。但当脱层长度 k^{II} 小于 0.05 时，对(12)式的反演很难找到脱层参数，因此，对于短脱层的模态反分析有待进一步研究。

参考文献：

[1] Wung J Y S, Liu Y Y and Gibby J A. Vibration of split beam[J]. J. of sound and vibration, 1982,84: 491-502.

[2] Yin W L and Jane K C. Vibration of a delaminated beam-plate relative to buckled states[J]. J. of sound and Vibration, 1992, 156(1): 125-140.

[3] Chang T P and Liang J Y. Vibration of postbuckled delaminated beam-plates[J]. Int. J. Solids Structures, 1998,35: 1199-1217.

[4] 罗松南，傅衣铭，曹志远．具任意脱层复合梁的振动分析[J]．强度与环境, 2000, 1: 246-253.
Luo S N, Fu Y M, Cao Z Y. Vibration analysis of beams with arbitrary delamination[J]. Structure & Environment Engineering, Supplement, 2000, 1: 246-253.

[5] 章梓茂，马兴瑞，邹振祝，王铎．层状介质中多个非共面硬币形裂纹弹性波散射问题研究[J]．力学学报，1991, 23(6): 685-699.
Zhang Z M, Ma X R, Zou Z Z, Wang D. Scattering of elastic waves by multiple non-coplanar penny-shaped cracks in a layered medium[J]. Acta Mechanica Sinica, 1991, 23(6): 685-699.

[6] Zhang CH. Reflection and transmission of SH wave by a periodic array of interface cracks[J]. Int. J. Engng. Sci. 1991,29: 481-491.

[7] 钱管良，顾松年，姜节胜．含裂纹梁的动力响应[J]．振动工程学报, 1989, 2(3): 78-85.
Qian G L, Gu S N, Jiang J S. The dynamic response of beam with crack[J]. J. Vibration Engineering, 1989, 2(3): 78-85.

[8] 王德明，张秋华．关于梁结构中裂缝位置的一种近似估计[J]．上海力学, 1990, 11(3):41-48.
Wang D M, Zhang Q H. Approximate estimate of the crack location in a girder structure[J]. Shanghai J. Mechanics, 1990, 11(3):41-48.

[9] Andrzej Tylilcowski. Dynamic stability of nonlinear antisymmetrically laminated cross-ply rectangular plates[J]. J. Applied Mechanics, 1989,56: 375-381.

(下转 86 页)

RESIDUAL STRENGTH OF CONCRETE FILLED STEEL TUBULAR COLUMNS WITH RECTANGULAR SECTIONS AFTER EXPOSURE TO STANDARD FIRE

HAN Lin-hai [1] , YANG Hua[2] , HUO Jing-si[1] , YANG You-fu[2]

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Fuzhou University, Fuzhou 350002;

2. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090)

Abstract: After exposure to the ISO-834 Standard fire, the behavior of six concrete-filled steel tubular columns with rectangular sections has been experimentally investigated and the results are presented in this paper. It is found, within the scope of the test, the strength loss of the specimen without protection is significant. A model is developed in this paper for concrete-filled steel tubular columns with rectangular sections after exposure to the ISO-834 standard fire. The predicted load versus mid-span deflection relationship for the composite columns is in good agreement with test results. Influences of the parameters, such as steel ratio, steel and concrete strength, load eccentricity, slenderness ratio, length-to-width ratio of the section and sectional dimensions on the strength loss ratio are analyzed. A simplified model is developed for calculating the member capacity of concrete-filled steel tubular columns with rectangular sections after exposure to the ISO-834 standard fire.

Key words: concrete filled steel tubular columns with rectangular sections; standard fire curve; post-fire; residual strength

(上接 61 页)

INVERSE ANALYSIS OF MULTIPLE PARAMETRIC VIBRATION OF COMPOSITE BEAMS WITH DELAMINATION

LUO Song-nan[1,2] , FU Yi-ming[2] , CAO Zhi-yuan[1]

(1. Dept. of Engineering Mechanics and Technology, Key Laboratory of Solid Mechanics of the MEC,Tongji University, Shanghai 200092;

2. Dept. of Engineering Mechanics, Hunan University, Changsha 410082)

Abstract: In this paper, inverse analysis of multiple parametric vibration of composite beam with across-the-width delamination is investigated. The basic equations, including the transverse shear, are built on the basis of elastic theory. The different sizes and position of delamination are described easily because of the beam being divided into regions. The characteristic equations in inversion are established by using the boundary conditions, continuous conditions of the displacements and equilibrium conditions of the shearing force and moment in the each region. The initial value of the main parameter is inversed by the characteristic equations and the other parameters are given by searching step by step and making the minimum of the square root of the square difference of the vibrative amplitude. The theory and method is the basis of non-destructive test in engineering.

Key words: delamination; composite beam; multiple parameters; inverse analysis of vibration