文章编号: 1000-4750(2012)04-0197-05

# 混凝土断裂过程区长度计算方法研究

卿龙邦<sup>1</sup>,李庆斌<sup>1</sup>,管俊峰<sup>1,2</sup>

(1. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室,北京 100084; 2. 华北水利水电学院土木与交通学院,河南,郑州 450011)

**摘**要:该文基于粘聚裂缝概念,以起裂韧度作为裂缝起裂和扩展的准则,提出了混凝土断裂过程区长度的计算 方法。以 I 型裂缝为例,计算了不同初始缝长和起裂韧度情况下的断裂过程区长度值,结合以往大体积混凝土的 试验数据对其进行了验证。进而分析了断裂过程区长度的影响因素,结果表明:断裂过程区长度随初始缝长的增 大而逐渐增大,随起裂韧度的增大而逐渐减小。

关键词: 混凝土; 断裂过程区长度; 拉伸软化曲线; 粘聚裂缝; 起裂韧度

中图分类号: TU528 文献标志码: A

# CALCULATATION METHOD OF THE LENGTH OF FRACTURE PROCESS ZONE OF CONCRETE

QING Long-bang<sup>1</sup>, LI Qing-bin<sup>1</sup>, GUAN Jun-feng<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Hydroscience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. School of Civil Engineering and Communication, North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Zhengzhou, Henan 450011, China)

**Abstract:** Based on the concept of cohesive crack and taking initial fracture toughness as a fracture initiation and propagation criteria, the calculation method of a concrete fracture process zone length is developed. The fracture process zone length in the Mode I Crack with different initial crack lengths and fracture toughness are calculated and the results are verified by previous experiment data of mass concrete. Furthermore, the affecting factors of fracture process zone lengths are analyzed and the results show that the fracture process zone length gradually increases with initial crack length and decreases with initial fracture toughness.

Key words: concrete; length of fracture process zone; tension softening curve; cohesive crack; initial fracture toughness

混凝土非线性断裂行为的重要特征就是裂纹 前沿存在断裂过程区(Fracture Process Zone)<sup>[1-2]</sup>。断 裂过程区是指裂缝从起裂到失稳前扩展的整个区 域。其长度可以认为是外荷载达到峰值前裂缝的稳 定扩展区长度,即亚临界扩展长度<sup>[3]</sup>。对于混凝土 构件或结构,断裂过程区的尺寸相对较大<sup>[4-5]</sup>,因 此深入研究混凝土的断裂过程区长度特征,进而准 确认识和把握混凝土的断裂过程,就具有重要的学 术意义和工程实用价值。

现有的混凝土断裂过程区长度计算方法主要 分为以下几类:1)基于修正的线弹性断裂力学模型 的方法<sup>[6-8]</sup>。该方法以线弹性断裂力学为基础,通 过引入某些适合于混凝土非线性特征的假设来定 义模型并求解过程区长度,应用范围广泛,例如, Jenq<sup>[6]</sup>、Karihaloo<sup>[7]</sup>、徐世烺<sup>[8]</sup>等均采用该方法计算 断裂过程区长度;2)基于尺寸效应的方法<sup>[9-10]</sup>。

收稿日期: 2010-07-16; 修改日期: 2010-10-08

基金项目:国家自然科学基金项目(90715041)和十一五支撑计划项目(2008BAB29B05)

通讯作者: 李庆斌(1964-), 男,河南省周口市人,教授,博士,博导,从事混凝土材料与结构基本理论的研究(E-mail: qingbinli@tsinghua.edu.cn). 作者简介: 卿龙邦(1982-), 男,湖北省天门市人,博士生,从事混凝土断裂及损伤方面的研究(E-mail: qlongbang@126.com);

管俊峰(1980-),男,河南省许昌市人,讲师,博士,从事混凝土断裂及损伤方面的研究(E-mail: shuaipipi88@126.com).

Bazant<sup>[9]</sup>将断裂过程区长度定义为无限大尺寸试件 的裂缝稳定扩展长度,并提出了考虑混凝土尺寸效 应影响的过程区长度计算方法。该方法需要大量的 试验数据进行统计回归分析,具有一定的近似性; 3) 基于粘聚裂缝模型的方法<sup>[10-14]</sup>。该方法在过程 区上引入粘聚力,通过粘聚力与裂缝张开位移的关 系来反映混凝土的软化特性。黄达海<sup>[11]</sup>、吴智敏<sup>[12]</sup>、 王学志<sup>[13]</sup>采用该方法,但或多或少都简化了过程区 上应力分布或位移分布规律;Karihaloo<sup>[14]</sup>的方法计 算过于复杂,且不能反映起裂韧度的影响。而在这 3 种方法中,前两种方法不能反映混凝土的软化 特性。

本文基于粘聚裂缝概念,以起裂韧度作为裂缝 起裂和扩展的准则,提出混凝土断裂过程区长度的 计算方法。以无限大平板受远端拉伸裂缝模型为 例,对断裂过程区长度进行了计算,以实测试验数 据对本文的计算方法进行验证。并进一步分析断裂 过程区长度的影响因素。

## 1 断裂过程区长度计算方法

混凝土裂缝的外荷载-裂缝扩展长度(*P-L*)的典型曲线如图1所示。*A*点对应的外荷载为起裂荷载, *B*点对应的荷载为峰值荷载。起裂前混凝土材料处于弹性状态,达到起裂荷载后起裂;随着外荷载逐渐增大,裂缝稳定扩展;当外荷载增大到峰值时,裂缝开始失稳扩展。根据粘聚裂缝模型<sup>[15-16]</sup>,裂缝 扩展区缝面分布着粘聚力,使裂缝产生闭合的作用。以往研究表明<sup>[17]</sup>:裂缝稳定扩展时,裂缝尖端 存在一定的应力集中,外荷载产生的应力强度因子 与断裂过程区上的粘聚力产生的应力强度因子之和与起裂韧度相同,其表达式为<sup>[18]</sup>:

$$K_{\rm IP} - K_{\rm I\sigma} - K_{\rm IC} = 0 \tag{1}$$

其中:  $K_{IP}$ 为外荷载产生的应力强度因子;  $K_{I\sigma}$ 为粘聚力产生的缝尖应力强度因子;  $K_{IC}$ 为起裂韧度。

对于简单荷载条件下(以 I 型为例),基于线弹 性断裂力学理论,外荷载引起的缝尖应力强度因子 可表示为:

$$K_{\rm IP} = K(P, a, L, E, D\mathbf{L}) \tag{2}$$

其中: *P* 为外荷载; *a* 为初始裂缝长度; *L* 为裂缝 扩展长度; *E* 为弹性模量; *D* 为结构几何参数。进 一步简化为:

$$K_{IP} = f(P) \cdot k_{I}(a, L, E, D, \mathbf{L})$$
(3)  
将式(3)代入式(1)可得:



图 1 荷载-裂缝扩展长度曲线

#### Fig.1 Load-crack propagation length curve

根据断裂过程区长度的定义,裂缝失稳的条件为:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial L} \right|_{L=L_c} = 0 \tag{5}$$

其中, L<sub>C</sub>为混凝土材料的临界断裂过程区长度。

只要将外荷载 P 由裂缝扩展长度 L 表示,即可 根据式(5)确定断裂过程区长度 L<sub>C</sub>。

## 2 断裂过程区长度求解示例

#### 2.1 求解模型与公式

图 2 为含中心裂缝的模型。引入粘聚裂缝模型 后,基本假设如下: 1) 基体为线弹性体,弹性模量 和泊松比分别为 *E*、v; 2) 粘聚区的应力和张开位 移满足拉伸软化本构关系。



图 2 I 空表理 Fig.2 Mode I crack

以裂缝中心为坐标原点,裂缝起裂的条件为:

$$K_{\rm I} = \sigma^{\infty} \sqrt{\pi a} = K_{\rm IC} \tag{6}$$

根据式(1),裂缝扩展的条件为:

$$\sigma^{\infty}\sqrt{\pi c} - \frac{2c}{\sqrt{\pi c}} \int_{a}^{c} \frac{\sigma[w(b)]}{\sqrt{c^{2} - b^{2}}} db - K_{IC} = 0 \qquad (7)$$

其中: c 为有效裂缝长度, c=a+L; w(x) 为过程区

上的裂缝张开位移; σ(x) 为过程区上分布的粘 聚力。

则:

$$\sigma^{\infty} = \frac{2c}{\pi} \int_{a}^{c} \frac{\sigma[\delta(b)]}{\sqrt{c^{2} - b^{2}}} db + \frac{K_{\rm IC}}{\sqrt{\pi c}}$$
(8)

由上节式(5)可得,裂缝失稳的条件为:

$$\frac{\partial \sigma^{\infty}}{\partial L}\bigg|_{L=L_{c}} = \frac{\partial \sigma^{\infty}}{\partial (c-a)}\bigg|_{c=c_{f}} = \frac{\partial \sigma^{\infty}}{\partial c}\bigg|_{c=c_{f}} = 0 \qquad (9)$$

其中, *c*<sub>f</sub> 为裂缝失稳瞬时对应的有效裂缝长度。对于中心拉伸裂缝,裂缝失稳瞬时,裂缝面上的位移 表达式如下<sup>[19]</sup>:

$$w(x) = \frac{4\sigma^{\infty}}{E'} \sqrt{c_f^2 - x^2} - \frac{8}{\pi E'} \int_x^{c_f} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \int_a^{\xi} \frac{\sigma[w(b)]}{\sqrt{\xi^2 - b^2}} db \quad (10)$$

粘聚区上的应力分布可由裂缝面位移表达式 与拉伸软化曲线结合确定。

常见的软化曲线可用式(11)表示,参见图 3,拉 伸软化曲线下的面积即为断裂能。对于图 3(a)所示 软化曲线,可采用解析方法求解;对于图 3(b)所示 软化曲线,一般采用数值方法求解。

$$\sigma(w) = f_t \left( 1 - \left( \frac{w}{w_0} \right)^n \right)$$
(11)

其中: ft为抗拉强度; wo为最大裂缝张开度。



图 3 拉伸软化曲线 Fig.3 Tension softening curve 将  $c = c_f$ 代入式(7),再联立式(7)~式(11),即可

求得断裂过程区长度 Lc。

### 2.2 简单软化曲线求解示例

采用图 3(a) 所示软化曲线时,式(11) 变为  $\sigma(w) = f_1$ ,  $w < w_0$ 。求解过程如下:

当 w(a) < w<sub>0</sub> 时,缝端粘聚区应力分布如图
 4(a)所示。

此时,由式(7)可得:

$$\sigma^{\infty} = \frac{2f_{\rm t}}{\pi} \arccos\left(\frac{a}{c}\right) + \frac{K_{\rm IC}}{\sqrt{\pi c}} \tag{12}$$

则:

$$\frac{\partial \sigma^{\infty}}{\partial c} = \frac{2f_{\rm t}a}{\pi c \sqrt{c^2 - a^2}} - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} K_{\rm IC} c^{-\frac{3}{2}}$$
(13)

当 w(a) > w<sub>0</sub> 时,缝端粘聚区应力分布如图
 4(b)所示。

 $\Rightarrow w(s) = w_0$ 

$$= w_0$$
,根据式(10),有:  
 $w(s) = \frac{8sf_t}{\pi E} \ln \frac{c}{s} = w_0$  (14)

可得:

$$c = s e^{\frac{\pi E w_0}{8 s f_t}} \tag{15}$$

$$\sigma^{\infty} = \frac{2f_{\rm t}}{\pi} \arccos\left(\frac{s}{c}\right) + \frac{K_{\rm IC}}{\sqrt{\pi c}} \tag{16}$$

则:

$$\frac{\partial \sigma^{\infty}}{\partial c} = \frac{2f_{\rm t}\left(s - c\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}c}\right)}{\pi c\sqrt{c^2 - s^2}} - \frac{1}{2\sqrt{\pi}}K_{\rm IC}c^{-\frac{3}{2}} \tag{17}$$

一般情况下,结合 w(a) 与 w<sub>0</sub>大小的判断,将 式(5)代入式(13)或式(17)即可求得断裂过程区长 度。可以看出,断裂过程区长度与初始缝长及起裂 韧度有关。



图 4 裂缝扩展区应力分布图 Fig.4 Stress distribution of crack propagation zone

## 3 断裂过程区长度的试验验证

文献[4]中进行了最大尺寸为 h×b(高度×宽度)= 3.0m×3.6m 的大型紧凑拉伸试件试验,试验用混凝 土的最大骨料粒径为 20mm,弹性模量 E=32.4GPa, 抗拉强度 f<sub>t</sub>=2.79MPa。结果表明:当试件尺寸足够 大时,混凝土断裂过程区的长度、断裂能均与试件 尺寸无关。在其试件尺寸范围内,混凝土断裂能是 一个与试件尺寸无关的稳定常数值(498.4N/m)。本 文采用图 3(b)所示拉伸软化曲线。根据断裂能定义, 给定拉伸强度和软化曲线参数 n 后,即可确定裂缝 最大宽度。给定起裂韧度参数和初始缝长后,按照 本文 3.1 节提出的求解方法,即可求得断裂过程区 长度。软化曲线参数 n=1 时的计算结果见图 5。



文献[4]采用试件尺寸范围为 1m~3m,缝长为 0.4m~1.2m , 各 试 件 的 平 均 起 裂 韧 度 为 0.463MPa•m<sup>1/2</sup>,测得的断裂过程区长度平均值为 0.2m。本文采用相同的初始缝长和起裂韧度,计算 的断裂过程区长度范围是 0.15m~0.26m,与试验结 果比较接近。

由图 5 可以看出: 1) 当缝长比较小时(不超过 3m),断裂过程区长度随初始缝长的增大而增大。 当缝长足够大时(超过 3m),断裂过程区长度趋于一 固定值。例如,当缝长足够大时,起裂韧度分别取 为 0.8MPa•m<sup>1/2</sup>、1.0MPa•m<sup>1/2</sup>时,计算的断裂过 程区长度为 0.19m、0.22m; 2) 断裂过程区长度受 起裂韧度大小影响,其值随起裂韧度增大而逐渐 减小。

采用不同的拉伸软化曲线计算结果见图 6。由 图 6 可以看出:对于不同的拉伸软化曲线参数 *n*, 断裂过程区长度随 *n* 增大而逐渐减小。 另外发现,对于无限大板单边拉伸裂缝,给定 相同起裂韧度值,对于不同初始缝长 *a* 进行计算, 结果与中心拉伸裂缝趋于一致(见图 7)。

由于起裂韧度已可看作为混凝土的材料参数<sup>[4,18]</sup>,所以同样可以得出:对于大体积混凝土而言,当缝长足够大时,断裂过程区长度为材料参数。







## 4 结论

本文基于粘聚裂缝概念,以起裂韧度作为裂缝 起裂和扩展的准则,提出了混凝土断裂过程区长度 的计算方法。以无限大平板受远端拉伸裂缝模型为 例,对断裂过程区长度进行了计算,并对本文的计 算方法进行验证。进一步分析了断裂过程区长度的 影响因素。

分析结果表明: 当缝长比较小时(不超过 3m), 断裂过程区长度随初始缝长增大而逐渐增大; 当缝 长足够大时(超过 3m),断裂过程区长度趋于一固定 值。对于同一初始缝长,断裂过程区长度受起裂韧 度大小影响,其值随起裂韧度增大而逐渐减小。拉 伸软化曲线对断裂过程区长度也存在影响,随着软 化曲线参数 n 逐渐增大,断裂过程区长度逐渐减小。

然而,由于目前大体积混凝土的试验资料较 少,关于断裂过程区长度的试验值以及相关断裂参 数对断裂过程区长度存在的影响有待于进一步 研究。

#### 参考文献:

- Bazant Z P. Concrete fracture models: testing and practice [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2002, 69(2): 165-205.
- [2] Hu X Z, Duan K. Size effect and quasi-brittle fracture: The role of FPZ [J]. International Journal of Fracture, 2008(154): 3-14.
- [3] 鞠杨, 刘彩平, 谢和平. 混凝土断裂及亚临界扩展的 细观机制[J]. 工程力学, 2003, 20(5): 1-9.
  Ju Yang, Liu Caiping, Xie Heping. The mesomechanism of fracture process and subcritical crack growth in concrete [J]. Engineering Mechanics, 2003, 20(5): 1-9. (in Chinese)
- [4] 徐世烺,赵国藩. 混凝土断裂力学研究[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1991.
  Xu Shilang, Zhao Guofan. Research on fracture mechanics [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1991. (in Chinese)
- [5] Muralidhara S, Prasad B K, Eskandari H, et al. Fracture process zone size and true fracture energy of concrete using acoustic emission [J]. Construction and Building Materials, 2010, 24(4): 479-486.
- [6] Jenq Y S, Shah S P. Two parameter fracture model for concrete [J]. Journal Engineering Mechanical, 1985, 111(10): 1227-1241.
- [7] Karihaloo B L, Nallathambi P. Effective crack model for the determination of fracture toughness  $(K_{1C}^s)$  of concrete [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1990, 35(4/5): 637–645.
- [8] Xu Shilang, Reinhardt W. A simplified method for determining double-K fracture parameters for three-point bending tests [J]. International Journal of Fracture, 2000 (104): 181–209.
- [9] Bazant Z P, Kazemi M T. Determination of fracture energy, process zone length and brittleness number from size effect, with application to rock and concrete [J]. International Journal of Fracture, 1990(44): 111-131.

- [10] Ghaemmaghami A, Ghaemian M. Large-scale testing on specific fracture energy determination of dam concrete
   [J]. International Journal of Fracture. 2006(141): 247-254.
- [11] 黄达海, 宋玉普, 吴智敏. 大体积混凝土等效裂纹断裂模型研究[J]. 计算力学学报, 2000, 17(3): 293-299.
  Huang Dahai, Song Yupu, Wu Zhimin. Study on the equivalence crack fracture model for large volume concrete [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2000, 17(3): 293-299. (in Chinese)
- [12] 吴智敏,杨树桐,郑建军.混凝土等效断裂韧度的解析方法及其尺寸效应[J].水利学报,2006,37(7):795-800.

Wu Zhimin, Yang Shutong, Zheng Jianjun. Analytical method for predicting effective fracture toughness of concrete and its size effect [J]. Journal of Hydraulic Engineer, 2006, 37(7): 795-800. (in Chinese)

- [13] 王学志,刘涛,吴健,等. 基于尺寸效应的混凝土等效 裂纹断裂模型[J]. 混凝土,2006(1):6-8.
  Wang Xuezhi, Liu Tao, Wu Jian, et al. Investigation of eddective crack model of concrete based on size effect [J]. Concrete, 2006(1):6-8. (in Chinese)
- [14] Karihaloo B L, Abdalla H M, Xiao Q Z. Deterministic size effect in the strength of cracked concrete structures[J]. Cement and Concrete Research, 2006(36): 171-188.
- [15] Hillerborg A, Modeer M, Petersson P E. Analysis of crack formation crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements [J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773-782.
- [16] Carpinteri A. Nonlinear crack models for nonmetallic materials [M]. Boston: Kluwer Academic Publisher, 1998.
- [17] Jenq Y S, Shah S P. A fracture toughness criterion for concrete [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 21(5): 1055-1069.
- [18] 吴智敏,董伟,刘康,等. 混凝土 I 型裂缝扩展准则及裂缝扩展全过程的数值模拟[J]. 水利学报, 2007, 38(12): 46-52.
  Wu Zhimin, Dong Wei, Liu Kang, et al. Mode I crack propagation criterion of concrete and numerical simulation on complete process of cracking [J]. Journal of Hydraulic Engineer, 2007, 38(12): 46-52. (in Chinese)
- [19] Wang W, Hsu C T T, Blackmore D. Generalized formulation for strip yielding model with variable cohesion and its analytical solutions [J]. International Journal of Solids and Structures, 2000(37): 7533-7546.